

高中物理力学复习

包括力的概念、力的分类、力的合成与分解、受力分析的方法、共点力作用下力的平衡等。

[知识要点复习]

1. 力的概念：力是物体对物体的作用

- (1) 力不能脱离物体独立存在（力的性质）
- (2) 力的相互性、受力物体和施力物体总是成对出现，施力物体也是受力物体。
- (3) 力是矢量，既有大小，又有方向，可以用“力的图示”形象表示。
- (4) 力的效果：使物体发生形变或改变其运动状态。

2. 重力

- (1) 产生：由于地球的吸引而产生。
- (2) 大小： $G=mg$ ， g 一般取 9.8m/s^2 ，粗略计算中可认为 $g=10\text{m/s}^2$ ，地球上不同位置 g 值一般有微小差异，一般的 g 值在两极比在赤道处大，在地势低处比地势高处大。
- (3) 方向：竖直向下

3. 弹力

- (1) 产生条件：“直接接触”+“弹性形变”
- (2) 弹力的方向：由物体发生形变方向判断：绳沿绳的方向，支持力和压力都垂直于支持面（或被压面），若支持面是曲面时则垂直于切线方向。

由物体的运动情况结合动力学知识判断。

(3) 弹力的大小

一般的弹力与弹性形变的程度有关，形变越大，弹力越大，具体大小由运动情况判断；

弹簧弹力的大小： $f=kx$ ； k 是劲度系数，单位 N/m ， x 是弹簧形变量的长度。

4. 摩擦力

- (1) 产生条件：“相互接触且有弹力”+“接触面粗糙”+“有相运动或相对运动趋势”。
- (2) 摩擦力的方向

a. 滑动摩擦力的方向：沿着接触面与物体的相对滑动方向相反。[注意相对运动（以相互作用的另一物体为参照物）和运动（以地面为参照物）的不同]

b. 静摩擦力的方向：沿着接触面与物体的相对运动趋势方向相反。

(3) 摩擦力的大小

a. 滑动摩擦力的大小 $f=\mu N$ ， μ 是滑动摩擦系数，仅与材料、接触面的粗糙程度有关，无单位。 N 是正压力，它不一定等于重力。

b. 静摩擦力的大小 $0 < f \leq f_m$ ， f_m 与正压力成正比，在正压力一定时 f_m 是一定值，它比同样正压力下的滑动摩擦力大，粗略运算中可以认为相等；静摩擦力的大小可以根据平衡条件或牛顿定律进行计算。

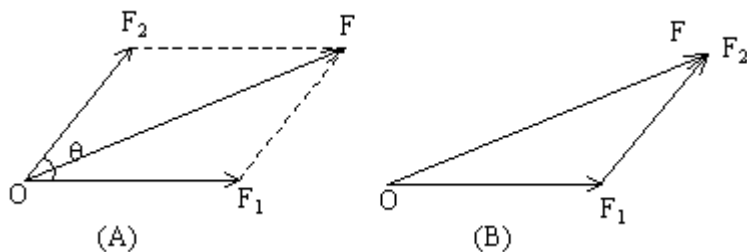
5. 合力与分力，一个力如果它产生的效果跟几个力共同作用所产生的效果相同，这个力就叫做那几个力的合力，那几个力就叫做这个力的分力，由于合力与分力产生的效果相同，一般情况下合力与分力可以相互替代。

6. 力的合成与分解

求几个力的合力叫力的合成，求一个力的分力叫力的分解。

运算法则：平行四边形法则，见图（A），用表示两个共点力 F_1 和 F_2 的线段为邻边作平行四边形，那么这两个邻边之间的对角线就表示合力 F 的大小和方向。

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$



三角形定则：求两个互成角度的共点力 F_1 、 F_2 的合力，可以把表示 F_1 、 F_2 的线段首尾相接地画出，见图 (B)，把 F_1 、 F_2 的另外两端连接起来，则此连线就表示合力 F 的大小、方向。三角形定则是平行四边形定则的简化，本质相同。

正交分解法，这是求多个力的合力常用的方法，根据平行四边形定则，把每一个力都分解到互相垂直的两个方向上，分别求这两个方向上的力的代数和 F_x 、 F_y ，然后再求合力。

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

7. 力矩

- a. 力臂，从转动轴到力作用线的垂直距离。
- b. 力矩，力与力臂的积，即 $M=FL$ ，力矩决定着物体的转动作用。

8. 共点力

- a. 共点力，几个力作用于同一点或它们的延长线交于同一点，这几个力就叫共点力。
- b. 共点力作用下物体的平衡条件：当共点力的合力为零时，物体处于平衡状态（静止、匀速运动或匀速转动）

【例题分析】

例 1. 如图 1 所示，劲度系数为 k_2 的轻质弹簧，竖直放在桌面上，上面压一质量为 m 的物块，另一劲度系数为 k_1 的轻质弹簧竖直地放在物块上面，其下端与物块上表面连接在一起，要想使物块在静止时，下面弹簧承受物重的 $2/3$ ，应将上面弹簧的上端 A 竖直向上提高多大的距离？

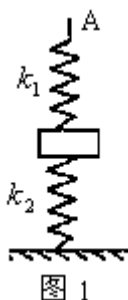


图 1

解析：解决本题的关键是明确每根弹簧的状态变化，有效的办法是明确每根弹簧的初末状态，必要时画出直观图。

末态时物块受力分析如图 2 所示，其中 F_1' 、 F_2' 分别是弹簧 k_1 、 k_2 的作用力。

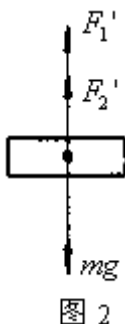


图 2

$$\text{物块静止有 } F_1' + F_2' = mg \quad (1)$$

$$\text{初态时, 弹簧 } k_2 \text{ (压缩) 的弹力 } F_2 = mg \quad (2)$$

$$\text{末态时, 弹簧 } k_2 \text{ (压缩) 的弹力 } F_2' = \frac{2}{3}mg \quad (3)$$

$$\text{弹簧 } k_2 \text{ 的长度变化量 } \Delta x_2 = \frac{\Delta F_2}{k_2} = \frac{F_2 - F_2'}{k_2} = \frac{mg}{3k_2}$$

$$\text{由(1)(3)式得 } F_1' = \frac{mg}{3}$$

$$\text{初态时, 弹簧 } k_1 \text{ (原长) 的弹力 } F_1 = 0$$

$$\text{末态时, 弹簧 } k_1 \text{ (伸长) 的弹力 } F_1' = \frac{mg}{3}$$

$$\text{弹簧 } k_1 \text{ 的长度变化量 } \Delta x_1 = \frac{\Delta F_1}{k_1} = \frac{F_1' - F_1}{k_1} = \frac{mg}{3k_1}$$

由几何关系知所求为:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{mg(k_1 + k_2)}{3k_1k_2}$$

点评: (1) 复杂的物理过程, 实质上是一些简单场景的有机结合。通过分析弹簧的初末状态, 明确弹簧的状态(压缩、原长、伸长)变化, 使复杂的过程分解为各个小过程, 然后找出各状态或过程符合的规律, 使问题得以解决。这是解决复杂问题常用的方法。

(2) 因为弹簧的弹力 F 与形变量 x 成正比, 所以当弹簧在原基础上再伸长(或缩短) Δx 时, 弹力的改变量 $\Delta F = k \Delta x$ 。

例 2. 如图 3 示, 在平直公路上, 有一辆汽车, 车上有一木箱, 试判断下列情况中, 木箱所受摩擦力的方向。

- (1) 汽车由静止加速运动时(木箱和车面无相对滑动);
- (2) 汽车刹车时(二者无相对滑动);
- (3) 汽车匀速运动时(二者无相对滑动);
- (4) 汽车刹车, 木箱在车上向前滑动时;
- (5) 汽车在匀速过程中突然加速, 木箱在车上滑动时。

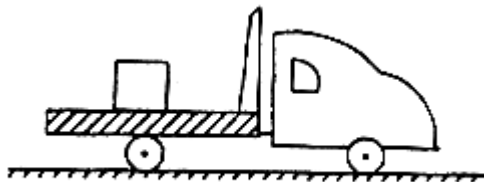


图 3

解析: (1) 木箱随汽车一起由静止加速运动时, 假设二者的接触面是光滑的, 则汽车加速时, 木箱由于惯性要保持原有静止状态, 因此它将相对于汽车向后滑动, 而实际木箱没有滑动, 说明只有相对汽车向后滑动的趋势, 所以, 木箱受到向前的静摩擦力。

(2) 汽车刹车时, 速度减小, 假设木箱与汽车的接触面是光滑的, 则木箱将相对汽车向前滑动, 而实际木箱没有滑动, 说明只有相对汽车向前滑动的趋势, 所以木箱受到向后的静摩擦力。

(3) 木箱随汽车一起匀速运动时, 二者无相对滑动, 假设木箱受水平向左的摩擦力, 则其受力如图 4 所示, 跟木箱接触的物体只有汽车, 汽车最多能对它施加两个力(支持力 F_1 和摩擦力 F_2), 由二力平衡条件知: F_1 与 G 抵消, 但没有力与 F_2 抵消, 物体不能做匀速直线运动, 这与题意矛盾, 所以假设错误, 即木箱不受摩擦力。

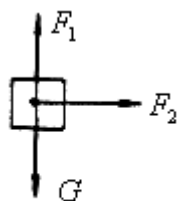


图 4

(4) 汽车刹车, 木箱相对于汽车向前滑动, 易知木箱受到向后的滑动摩擦力。

(5) 汽车在匀速过程中突然加速, 木箱相对于汽车向后滑动, 易知木箱受到向前的滑动摩擦力。

点评: (1) 假设法是判断相对运动趋势方向的有效方法;

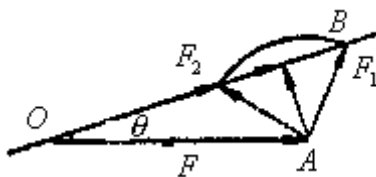
(2) 摩擦力的方向可以与物体运动的方向相同, 也可以与物体运动的方向相反, 即摩擦力可以是动力也可以是阻力;

(3) 摩擦力总是阻碍物体间的相对运动, 但不一定阻碍物体的运动;

(4) 静摩擦力不仅存在于两静止的物体之间, 两运动的物体间也可以有静摩擦力。

例 3. 将已知力 F 分解为 F_1 、 F_2 两个分力, 如果已知 F_1 的大小及 F_2 与 F 的夹角为 $\theta < 90^\circ$, 那么当 F_2 有一个解、两个解时, F_1 分别满足的条件为_____。

解析: 如图, 以点 A 为圆心, 以 F_1 的大小为半径画圆。



当圆与直线 OB 相切时, 力 F 、 F_1 、 F_2 构成一个直角三角形, 即力 F_2 有一个解。此时 $F_1 = F \sin \theta$; 当圆与直线 OB 相交时, 力 F 、 F_1 、 F_2 构成两个三角形, 即力 F_2 有二个解, 此时 $F > F_1 > F \sin \theta$ 。

答案: $F_1 = F \sin \theta$ $F \sin \theta < F_1 < F$

例 4. 如图 5 所示, 小车 M 在恒力作用下, 沿水平地面做直线运动, 由此可判断 ()

- A. 若地面光滑, 则小车一定受三个力作用
- B. 若地面粗糙, 则小车可能受三个力作用
- C. 若小车做匀速运动, 则小车一定受四个力作用
- D. 若小车做加速运动, 则小车可能受三个力作用

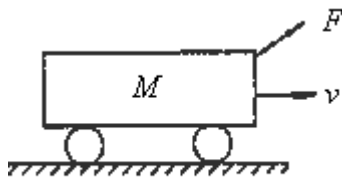


图 5

解析: 先分析重力和已知力 F ; 再分析弹力, 由于 F 的竖直分力可能等于重力, 因此地面可能对物体无弹力作用, 选项 A 错误。

F 的竖直分力可能小于重力, 地面对物体有弹力作用, 若地面粗糙, 小车受摩擦力作用, 共四个力的作用; 若 F 的竖直分力恰好等于重力, 这时没有地面对物体的弹力, 也没有摩擦力作用, 只有两个作用于物体; 若 F 的竖直分力大于重力, 物体不可能在平面上运动, 不符合题意。综上, 不存在三个力的情况, B 选项错。

若小车匀速运动, 那么水平方向上必受摩擦力与 F 的分力平衡, 这时小车一定受重力、恒力 F、地面弹力、摩擦力四个力作用。选项 C 正确。

若小车做加速运动, 当地面光滑时, 小车受重力和力 F 作用或受重力、力 F、地面弹力作用, 选项 D 正确。

点评: (1) 在常见的几种力中, 重力是主动力, 而弹力、摩擦力是被动力, 其中弹力存在又是摩擦力存在的前提, 所以分析受力时应按重力、弹力、摩擦力的顺序去分析。

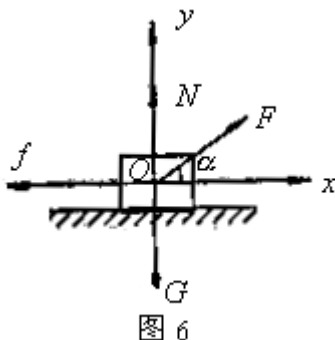
(2) 物体的受力情况要与其运动情况相符, 因此, 常常从物体的运动状态入手, 去分析某个力是否存在, 如本例中选项 CD 的分析。

例 5. 重为 G 的木块与水平地面间的动摩擦因数为 μ , 一人欲用最小的作用力 F 使木块做匀速运动, 则此最小作用力的大小和方向应如何?

解析: 木块在运动中受摩擦力作用, 要减小摩擦力, 应使作用力 F 斜向上, 设当 F 斜向上与水平方向的夹角为 α 时, F 的值最小。

(1) 正交分解法

木块受力分析如图 6 所示。



由平衡条件列方程:

$$\begin{cases} F \cos \alpha - \mu N = 0 \\ F \sin \alpha + N - G = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } F = \frac{\mu G}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

设 $\operatorname{tg} \varphi = \mu$, 则

$$\sin \varphi = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}, \quad \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

则 $\cos \alpha + \mu \sin \alpha$

$$= \sqrt{1 + \mu^2} (\cos \varphi \cos \alpha + \sin \varphi \sin \alpha)$$

$$= \sqrt{1 + \mu^2} \cos(\alpha - \varphi)$$

可见, 当 $\alpha = \varphi = \arctg \mu$ 时, F 有最小值

$$\text{即 } F_{\min} = \frac{\mu G}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

(2) 三角形法

由于 $f = \mu N$, 故不论 N 如何改变, f 与 N 的合力的方向都不会发生改变, 如图 7 示, 合力 F_1 与竖直方向的夹角一定为 $\varphi = \arctg \mu$, 力 F_1 、 G 、 F 组成三角形, 由几何关系知, 当 F 与 F_1 方向垂直时, F 有最小值, 由几何关系得:

$$F_{\min} = \frac{G}{\sin \varphi} = \frac{\mu G}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

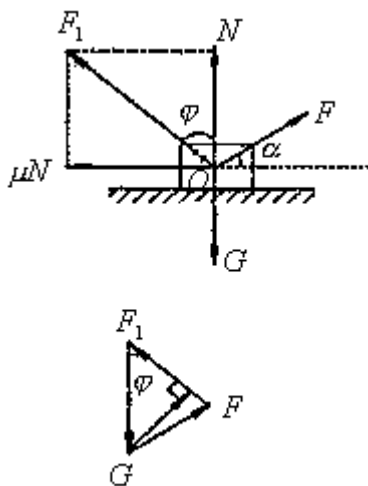


图 7

点评: 力的三角形法与正交分解法是解决共点力平衡问题的最常见的两种解法。前者适于三力平衡问题, 简捷、直观, 后者适于多力平衡问题, 是最基本的解法, 但有时有冗长的演算过程, 因此要灵活地选择解题方法。

例 6. 固定在水平面上的光滑半球, 半径为 R , 球心 O 的正上方固定一个小定滑轮, 细线一端拴一小球, 置于半球面上的 A 点, 另一端绕过定滑轮, 如图 8 所示, 现缓慢地将小球从 A 点拉到 B 点, 则此过程中, 小球对半球的压力大小 N 、细线的拉力大小 T 的变化情况是 ()

- A. N 变大, T 不变
- B. N 变小, T 变大
- C. N 不变, T 变小
- D. N 变大, T 变小

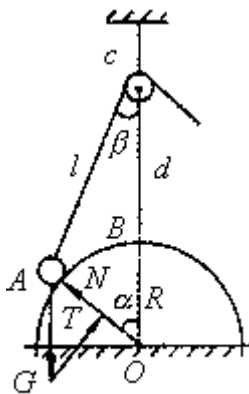


图 8

解析: (1) 三角形法

小球缓慢运动, 合力为零, 由于重力 G 、半球的弹力 N 、绳的拉力 T 的方向始终沿竖直方向、半径方向、绳的收缩方向, 所以由 G 、 N 、 T 组成的力三角形与长度三角形 $\triangle AOC$ 相似, 所以有

$$\frac{N}{R} = \frac{mg}{OC} = \frac{T}{AC}, \text{ 而 } T = F, \therefore N = \frac{R}{OC} mg \quad T = \frac{AC}{OC} mg$$

拉动过程中, AC 变小, OC 与 R 不变, 所以 N 不变, T 变小。

(2) 正交分解法

$$\text{水平方向上: } N \sin \alpha - T \sin \beta = 0 \quad (1)$$

$$\text{竖直方向上: } N \cos \alpha + T \cos \beta - G = 0 \quad (2)$$

$$\text{解(1)(2)式得, } T = \frac{G \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$N = \frac{G \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

设 A 到 OC 间的距离为 x , 则

$$\sin \alpha = \frac{x}{R}, \quad \sin \beta = \frac{x}{l}$$

$\triangle AOC$ 中由正弦定理得:

$$d + \frac{R}{\sin[180^\circ - (\alpha + \beta)]} = \frac{R}{\sin \beta}$$

$$\text{解得 } \sin \beta = \frac{(d + R)x}{lR}$$

将 $\sin \alpha$ 、 $\sin \beta$ 、 $\sin(\alpha + \beta)$ 代入 T 、 N 表达式即得:

$$T = \frac{Gl}{d + R}, \quad N = \frac{GR}{d + R}$$

可见, 在 l 减小时, R 与 $d + R$ 均不变, N 不变而 T 减小。

【模拟试题】

1. 如图 9 所示, A 、 B 、 C 三个物体叠放在桌面上, 在 A 的上面再加一个作用力 F , 则 C 物体受到竖直向下的作用力除了自身的重力之外还有 ()

- A. 1 个力 B. 2 个力 C. 3 个力 D. 4 个力

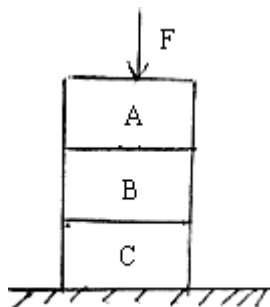


图 9

2. 如图 10 所示, 质量为 m 的小物块 P 位于倾角为 45° 的粗糙斜面上, 斜面固定在水平面上, 水平力 F 作用在物块 P 上, F 的大小等于 mg , 物块 P 静止不动, 下列关于物块 P 受力的说法中正确的是 ()

- A. P 受 4 个力的作用, 斜面对 P 的支持力 N 与 F 的合力方向为垂直于斜面向上
- B. P 受 4 个力的作用, N 与 F 的合力方向为垂直于水平面向上
- C. P 受 3 个力的作用, N 与 F 的合力方向为垂直于斜面向上
- D. P 受 3 个力的作用, N 与 F 的合力方向为垂直于水平面向上

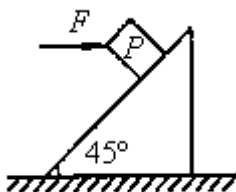


图 10

3. 大小不同的在同一平面上的三个共点力, 同时作用在一个物体上, 以下各组中, 能使物体平衡的一组是 ()

- A. 3N, 4N, 8N
- B. 2N, 6N, 7N
- C. 4N, 7N, 12N
- D. 4N, 5N, 10N

4. 有一个直角支架 AOB, AO 水平放置, 表面粗糙, OB 竖直向下, 表面光滑, AO 上套有小环 P, OB 上套有小环 Q, 两环质量均为 m , 两环间由一根质量可忽略、不可伸长的细绳相连, 并在某一位置平衡 (如图 11), 现将 P 环向左移一小段距离, 两环再次达到平衡, 那么将移动后的平衡状态和原来的平衡状态比较, AO 杆对 P 环的支持力 N 和细绳上的拉力 T 的变化情况是 ()

- A. N 不变, T 变大
- B. N 不变, T 变小
- C. N 变大, T 变大
- D. N 变大, T 变小

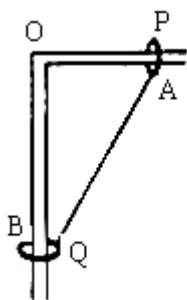


图 11

5. 如图 12 所示，一球被竖直光滑挡板挡在光滑斜面上处于静止状态，现缓慢转动挡板，直至挡板水平，则在此过程中，球对挡板的压力_____，球对斜面的压力_____。（均填如何变化）

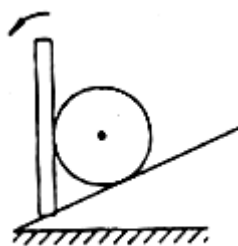


图 12

6. 如图 13 所示，物体 M 处于静止状态，三条绳的拉力之比 $F_1:F_2:F_3=_____$ 。

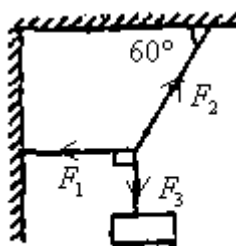


图 13

7. 如图 14 所示，一个重 $G=100\text{N}$ 的粗细均匀的圆柱体，放在 60° 的 V 型槽上，其角平分线沿竖直方向，若球与两接触面的 $\mu=0.25$ ，则沿圆柱体轴线方向的水平拉力 $F=_____\text{N}$ 时，圆柱体沿槽做匀速运动。

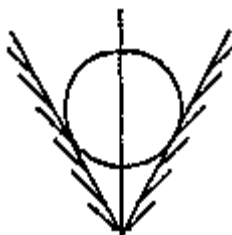


图 14

8. 如图 15 所示，木块重 60N ，放在倾角 $\theta=37^\circ$ 的斜面上，用 $F=10\text{N}$ 的水平力推木块，木块恰能沿斜面匀速下滑，求

(1) 木块与斜面间的摩擦力大小；

(2) 木块与斜面间的动摩擦因数。（ $\sin 37^\circ=0.6$ ， $\cos 37^\circ=0.8$ ）

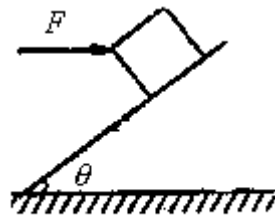


图 15

【试题答案】

1. A

提示: C 物体受重力、B 的压力及地面给的支持力, 不能认为力 F 经 A、B 传给了 C 物体。

2. D

解析: F 沿斜面向上的分力 $F' = F \cos 45^\circ = mg \cos 45^\circ$, 重力沿斜面向下的分力 $G' = mg \sin 45^\circ$ 。由于 $F' = G'$, 所以物体没有沿斜面运动趋势, 不受摩擦力, 只受重力、斜面的支持力、力 F , 由力平衡条件知, N 与 F 的合力方向与重力方向相反。

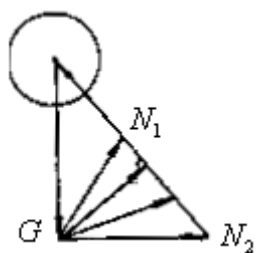
- 3. B
- 4. B

解析: 设绳与竖直方向夹角为 θ , 对 P、Q 环整体竖直方向上有 $N = 2mg$ 不变; 对 Q 环竖直方向上有:

$$T_2 \cos \theta = mg, \quad T_2 = \frac{mg}{\cos \theta}, \quad \text{P 环左移, } \theta \text{ 减小, } T_2 \text{ 变小.}$$

- 5. 先减小后增大; 一直减小

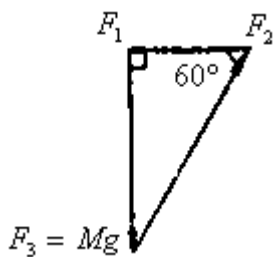
解析: 球受力分析如图, 力 G 、 N_1 、 N_2 组成三角形, 力 N_1 方向不变, N_2 与竖直方向的夹角减小, 由图可知, N_2 先减小后增加, N_1 一直减小; 由牛顿第三定律知, 球对挡板的压力的变化同 N_2 , 球对斜面的压力的变化同 N_1 .



- 6. $1:2:\sqrt{3}$

解析: 力 F_1 、 F_2 、 F_3 组成图示三角形, 由正弦定理知 $\frac{F_1}{\sin 30^\circ} = \frac{F_2}{\sin 90^\circ} = \frac{F_3}{\sin 60^\circ}$

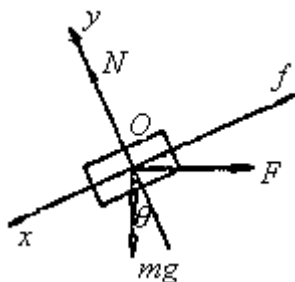
$$F_1:F_2:F_3 = 1:2:\sqrt{3}$$



- 7. 50N

- 8. (1) 28N (2) 0.52

解析: 物体的受力情况如图, 建立图示直角坐标系。



$$mg \sin \theta - f - F \cos \theta = 0 \quad (1)$$

$$N - mg \cos \theta - F \sin \theta = 0 \quad (2)$$

由(1)得: $f = mg \sin \theta - F \cos \theta$

$$\begin{aligned} &= 60 \times 0.6 - 10 \times 0.8 \\ &= 28\text{N} \end{aligned}$$

由(2)得: $N = mg \cos \theta + F \sin \theta$

$$\begin{aligned} &= 60 \times 0.8 + 10 \times 0.6 \\ &= 54\text{N} \end{aligned}$$

根据滑动摩擦定律 $f = \mu N$ 得:

$$\mu = \frac{f}{N} = \frac{28}{54} = 0.52$$

力学复习（二）

内容：直线运动、曲线运动（主要是平抛运动和圆周运动）、牛顿运动定律等。

[知识要点复习]

1. 位移 (s)：描述质点位置改变的物理量，是矢量，方向由初位置指向末位置，大小是从初位置到末位置的直线长度。

2. 速度 (v)：描述物体运动快慢和方向的物理量，是矢量。

平均速度(\bar{v})：做变速直线运动的物体，在某段时间内的位移与这段时间的比值叫做这段时间内平均速度。

$$\bar{v} = \frac{S}{t}$$

它只能粗略描述物体做变速运动的快慢。

瞬时速度 (v): 运动物体在某一时刻 (或某一位置) 的速度, 瞬时速度的大小叫速率, 是标量。

3. 加速度 (a): 描述物体速度变化快慢的物理量, 它的大小等于

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{\Delta v}{t}$$

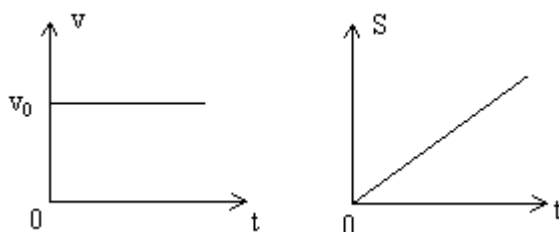
矢量, 单位 m/s^2 。

4. 路程 (L): 物体运动轨迹的长度, 是标量。

5. 匀速直线运动的规律及图像

(1) 速度大小、方向不变

(2) 图象



6. 匀变速直线运动的规律

(1) 加速度 a 的大小、方向不变

速度公式: $v_t = v_0 + at$

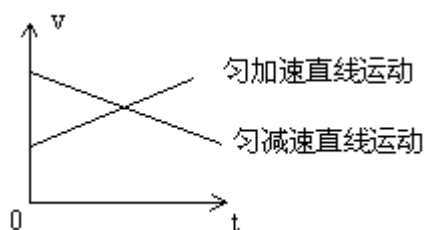
位移公式: $S = v_0t + \frac{1}{2}at^2$

速度位移公式: $v_t^2 - v_0^2 = 2aS$

平均速度 $\bar{v} = \frac{S}{t} = \frac{v_0 + v_t}{2}$

若相邻的连续相等时间 (T) 内位移差为 ΔS , 则有 $a = \frac{\Delta S}{T^2}$ 。

(2) 图像



7. 自由落体运动

只在重力作用下, 物体从静止开始的自由运动。

特点: $v_0 = 0$, $a = g$

$$v_t = gt, S = \frac{1}{2}gt^2, v_t^2 = 2gh$$

8. 牛顿第一运动定律

一切物体总保持匀速直线运动状态或静止状态，直到有外力迫使它改变这种状态为止，这叫牛顿第一运动定律。

惯性：物体保持原匀速直线运动状态或静止状态的性质叫惯性，因此牛顿第一定律又叫惯性定律。惯性是物体的固有属性，与物体的受力情况及运动情况无关；惯性的大小由物体的质量决定，质量大，惯性大。

9. 牛顿第二运动定律

物体加速度的大小与所受合外力成正比，与物体质量成反比，加速度的方向与合外力的方向相同。

$$a = \frac{F_{\text{合}}}{m}$$

10. 牛顿第三运动定律

两个物体之间的作用力和反作用力总是大小相等、方向相反，作用在一条直线上。

作用力与反作用力大小相等，性质相同，同时产生，同时消失，方向不同、作用在两个不同且相互作用的物体上，可概括为“三同，两不同”。

11. 超重与失重：当系统具有竖直向上的加速度时，物体对支持物的压力或对悬挂物的拉力大于其重力的现象叫超重；当系统具有竖直向下的加速度时，物体对支持物的压力或对悬挂物的拉力小于其重力的现象叫失重。

12. 曲线运动的条件

物体所受合外力的方向与它速度方向不在同一直线，即加速度方向与速度方向不在同一直线。

若用 θ 表示加速度 a 与速度 v_0 的夹角，则有： $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，物体做速率变大的曲线运动； $\theta = 90^\circ$ 时，物体做速率不变的曲线运动； $90^\circ < \theta < 180^\circ$ 时，物体做速率减小的曲线运动。

13. 运动的合成与分解

(1) 合运动与分运动的关系

- 等时性：合运动与分运动经历的时间相等；
- 独立性：一个物体同时参与了几个分运动，各分运动独立进行，不受其它分运动的影响。
- 等效性：各分运动叠加起来与合运动规律有完全相同的效果。

(2) 运动的合成与分解的运算法则

遵从平行四边形定则，运动的合成与分解是指位移、速度、加速度的合成与分解。

(3) 运动分解的原则

根据运动的实际效果分解或正交分解。

14. 平抛运动的规律和特点：

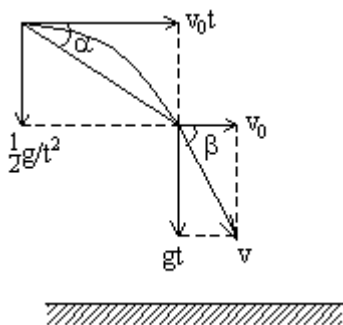
(1) 定义：只在重力作用下，将物体水平抛出所做的运动；

(2) 特点：

- 加速度为 g 的匀变速曲线运动，轨迹是抛物线。
- 可分解成水平方向的匀速直线运动，速度大小等于平抛的初速度；和竖直方向的自由落体运动。

$$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} \quad \text{tg}\beta = \frac{gt}{v_0}$$

$$S = \sqrt{(v_0t)^2 + \left(\frac{1}{2}gt^2\right)^2} \quad \text{tg}\alpha = \frac{gt}{2v_0}$$



c. 速度的变化量必沿竖直方向, 且有 $\Delta v = g \Delta t$ 。

15. 描述圆周运动的物理量及其关系

(1) 线速度 (v), $v = \frac{\bar{s}}{t}$, \bar{s} 为弧长, 矢量

(2) 角速度 (ω), $\omega = \frac{\theta}{t}$, θ 为时间 t 内半径扫过的弧度值。单位rad/S, 标量。

(3) 转速 (n), 单位时间内转过的圈数, 单位转/分钟 (r/min)。

(4) 周期与频率, 物体绕圆周一圈所需时间叫周期, 用 T 表示; 单位时间内物体所做圆周运动的次数, 用 f 表示, 单位 Hz, 它与周期成倒数关系。

(5) 这几个物理量之间的关系:

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{\pi n}{30}$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$a_{\text{向}} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

$$F_{\text{向}} = ma_{\text{向}}$$

16. 圆周运动中向心力的特点

(1) 匀速圆周运动中: 合外力提供向心力, 大小不变, 方向始终与速度方向垂直且指向圆心, 所以匀速圆周运动是变加速度运动。

(2) 变速圆周运动, 合外力沿半径方向的分力提供向心力, 使物体产生向心加速度, 改变速度的方向, 合外力沿轨道切线方向的分力, 使物体产生切向加速度, 改变速度的大小, 合外力不仅大小随时间改变, 其方向也不沿半径指向圆心。

17. 万有引力

$$F_{\text{万}} = G \frac{Mm}{r^2}$$

G 是万有引力恒量, 大小为 $6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2 / \text{kg}^2$, r 是 M 与 m 质心间的距离。

【例题分析】

例 1. 一艘小艇从河岸的 A 处出发渡河, 小艇保持与河岸垂直方向行驶, 经过 10 分钟到达正对岸下游 120m 的 C 处, 如图 1 所示, 如果小艇保持原来的速度逆水斜向上游与河岸成 α 角方向行驶, 则经过 12.5 分钟恰好到达正对岸的 B 处, 求河的宽度。

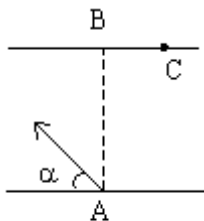


图 1

解析: 小船过河的过程, 同时参与了两种运动, 一是小船相对水的运动 (即在静止水中的运动), 一是随水流的运动 (水冲船的运动, 可以认为船速等于水速), 船的运动为合运动。

设河宽为 d , 河水流速为 $v_{\text{水}}$, 船速为 $v_{\text{船}}$, 船两次运动速度合成如图 2 示, 依题意有:

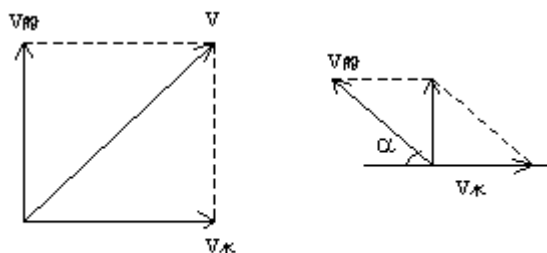


图 2

$$v_{\text{船}} t_1 = v_{\text{船}} \sin \alpha \cdot t_2 \quad (1)$$

$$\overline{BC} = v_{\text{水}} t_1 \quad (2)$$

$$\frac{v_{\text{水}}}{v_{\text{船}}} = \cos \alpha \quad (3)$$

由(2)可得 $v_{\text{水}} = 12\text{m} / \text{min}$

由(1)得 $\sin \alpha = 0.8$, 故 $\cos \alpha = 0.6$

$$\text{河宽 } d = \frac{12}{0.6} \times 10\text{m} = 200\text{m}$$

例 2. 质量为 $m=0.10\text{kg}$ 的小钢球以 $v_0=10\text{m/s}$ 的水平速度抛出, 下落 $h=5.0\text{m}$ 时撞击一钢板, 撞后速度恰好反向, 则钢板与水平面的夹角 $\theta =$ _____, 刚要撞击钢板时小球动量的大小为 _____。(取 $g=10\text{m/s}^2$) (见图 3)

(2001 年京、皖、蒙春季高考)

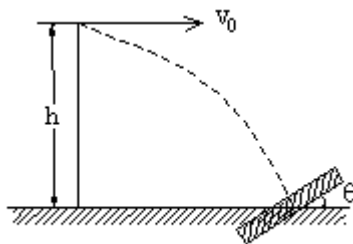


图3

解析: 设钢球撞击钢板时的速度为 v , 它的水平分量 $v_{//}$, 竖直分量 v_{\perp} , 如图 4 所示。

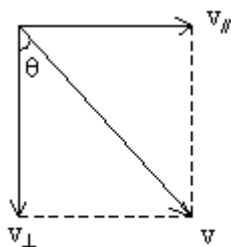


图4

由平抛运动规律, $v_{//} = v_0 = 10\text{m/s}$

$$v_{\perp} = gt = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 5}\text{m/s} = 10\text{m/s}$$

因为钢球与钢板撞击速度反向, 所以由几何关系知, 钢板与水平方向的夹角

$$\theta = \arctg \frac{v_{//}}{v_{\perp}} = \arctg \frac{10}{10} = 45^\circ$$

$$p = mv = m\sqrt{v_{//}^2 + v_{\perp}^2} = 0.1 \times \sqrt{10^2 + 10^2}\text{kg} \cdot \text{m/s} = \sqrt{2}\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

答案: $45^\circ, \sqrt{2}\text{kg} \cdot \text{m/s}$

例 3. 质量 $M=80\text{kg}$ 的长木板放在水平光滑的平面上, 在水平恒力 $F=11\text{N}$ 作用下由静止开始向右运动, 如图 5 所示, 当速度达到 1m/s 时, 将质量 $m=4\text{kg}$ 的物块轻轻放到木板的右端, 已知物块与木板间动摩擦因数 $\mu=0.2$, 求物体经多少时间与木板保持相对静止? 在这一时间内, 物块在木板上滑行的距离多大? 物块与木板相对静止后, 物块受到的摩擦力多大?

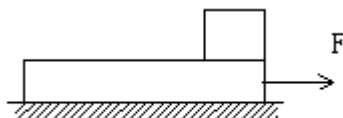


图5

解析: 这是一道涉及两类基本问题的综合题。物块放到木板上到它们达到相对静止, 水平方向上只受滑动摩擦力 $f = \mu mg = 8\text{N}$ 。在 f 的作用下物块向右做初速度为零的匀加速运动, 则有

$$f = ma_1, a_1 = \frac{f}{m} = \frac{8}{4} = 2\text{m/s}^2$$

在这一时间内, 木板的加速度为 a_2 , 则

$$F - f = Ma_2, \quad a_2 = \frac{F - f}{M} = 1 \text{ m/s}^2$$

木板向右做 $v_0 = 1 \text{ m/s}$, $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$ 的匀加速运动, 物块与木板达到相对静止即具有相同的速度所需时间为 t , 则

$$a_1 t = v_0 + a_2 t, \quad \therefore t = \frac{v_0}{a_1 - a_2} = 1 \text{ s}$$

在 1 s 内, 物块相对木板向后滑行如图 6 所示。

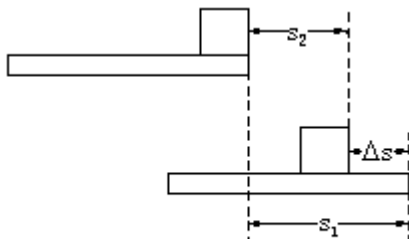


图6

设滑行距离为 Δs , 则

$$\Delta s = s_1 - s_2 = (v_0 t + \frac{1}{2} a_2 t^2) - \frac{1}{2} a_1 t^2$$

代入数据得 $\Delta s = 0.5 \text{ m}$

物块与木板相对静止后, 它们不仅速度相等, 而且加速度也相等, 其共同加速度为 a' , 则对 m 与 M 组成的整体有:

$$F = (m + M)a'$$

$$a' = \frac{F}{M + m} = 1.3 \text{ m/s}^2$$

隔离物块可知, 使物块产生加速度 a' 的作用力是木板对它的静摩擦力, 则 $f_{\text{静}} = ma' = 0.5 \text{ N}$ 。

例 4. 2000 年 1 月 26 日我国发射了一颗同步卫星, 其定点位置与东经 90° 的经线在同一平面内, 若把甘肃省嘉峪关处的经度和纬度近似取为东经 98° 和北纬 $\alpha = 40^\circ$, 已知地球半径 R 、地球自转周期 T 、地球表面重力加速度 g (视为常量) 和光速 c 。试求该同步卫星发出的微波信号传到嘉峪关处的接收站所需的时间 (要求用题给的已知量的符号表示)。

解析: m 为卫星质量, M 为地球质量, r 为卫星到地球中心的距离, ω 为卫星绕地心转动的角速度, 由

$$\text{万有引力定律和牛顿定律有, } G \frac{mM}{r^2} = mr\omega^2.$$

式中 G 为万有引力恒量, 因同步卫星绕地心转动的角速度 ω 与地球自转的角速度相等, 有 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 。

$$\text{因 } G \frac{Mm}{R^2} = mg \text{ 得 } GM = gR^2$$

设嘉峪关到同步卫星的距离为 L , 如图 7 所示。

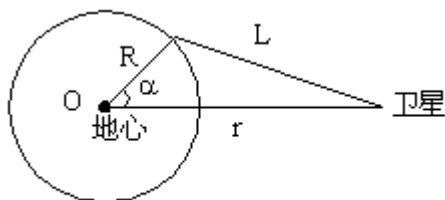


图7

由余弦定理 $L = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha}$

所求时间为 $t = \frac{L}{c}$

由以上各式得 $t = \frac{\sqrt{\left(\frac{R^2 g T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{2}{3}} + R^2 - 2R\left(\frac{R^2 g T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} \cos \alpha}}{c}$

点评：本题是物理与地理知识的综合。解答此题除明确同步卫星位于赤道所在平面内，其角速度与地球自转时的速度相同外，更为关键的是想象出“东经 98°，北纬 40°”的位置、地心、同步卫星位置三者的空间图形，并画出平面图，再由几何知识求解。

【模拟试题】

1. 如图 8 所示，为了测定某辆轿车在平直路上起动时的加速度（轿车起动时的运动可以近似看作匀加速运动），某人拍摄了一张在同一底片上多次曝光的照片（如图 8），如果拍摄时每隔 2s 曝光一次，轿车车身总长为 4.5m，那么这辆轿车的加速度约为（ ）（1999 年上海高考）

- A. 1m/s^2 B. 2m/s^2 C. 3m/s^2 D. 4m/s^2



图 8

2. 某同学在测定匀变速运动的加速度时，得到了几条较为理想的纸带，已知每条纸带上每 5 个点取一个计数点，即两计数点之间的时间间隔为 0.1s，依打点先后编为 0, 1, 2, 3, 4, 5，由于不小心，纸带被撕断了，如图 9 所示，请根据给出的 A、B、C、D 四段纸带回答（填字母）。

- (1) 在 B、C、D 三段纸带中选出从纸带 A 上撕下的那段应该是_____。
 (2) 打纸带 A 时，物体的加速度大小是_____ m/s^2 。

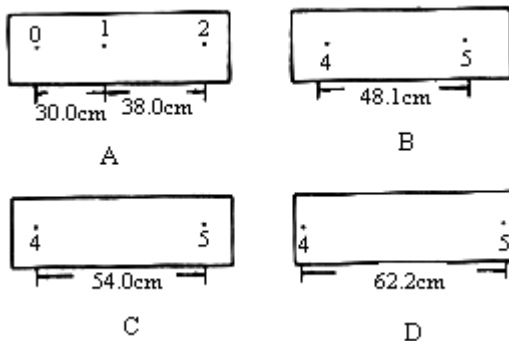


图 9

3. 一倾角为 30° 的斜面上放一木块, 木块上固定一支架, 支架末端用丝线悬挂一小球, 木块在斜面上上下滑时, 小球与滑块相对静止共同运动。当细线 (1) 沿竖直方向; (2) 与斜面方向垂直; (3) 沿水平方向。求上述三种情况下滑块下滑的加速度及丝线拉力, 设丝线拉力为 T , 滑块质量为 m 。(见图 10)

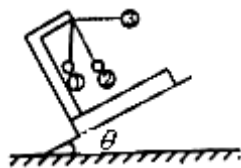


图 10

4. 某种类型的飞机起飞滑行时, 从静止开始做匀加速运动, 加速度大小为 4.0m/s^2 , 飞机速度达到 80m/s 时离开地面升空。如果在飞机达到起飞速度时, 突然接到命令停止起飞, 飞行员立即使飞机紧急制动, 飞机做匀减速运动, 加速度的大小为 5.0m/s^2 , 请你为该类型的飞机设计一条跑道, 使在这种特殊的情况下飞机停止起飞而不滑出跑道, 你设计的跑道长度至少要多长?

5. 如图 11 甲、乙所示, 图中细线均不可伸长, 物体均处于平衡状态, 如果突然把两水平细线剪断, 求剪断瞬间小球 A、B 加速度各为多少? (θ 角已知)

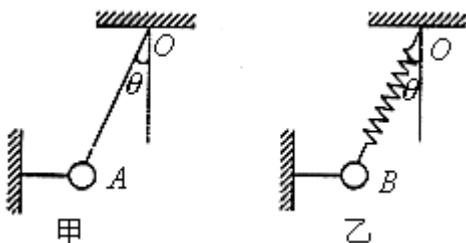


图 11

6. 如图 12 所示, 质量为 80kg 的物体放在安装在小车上的水平磅秤上, 小车沿斜面无摩擦地向下运动, 现观察到物体在磅秤上读数只有 600N , 则斜面的倾角 θ 为多少? 物体对磅秤的静摩擦力为多少?

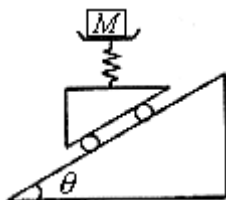


图 12

7. 如图 13 所示, 水平地面上有两块完全相同的木块 AB, 在水平推力 F 作用下运动, 用 F_{AB} 代表 A、B 间的相互作用力 ()

- A. 若地面是完全光滑的, 则 $F_{AB} = F$
- B. 若地面是完全光滑的, 则 $F_{AB} = \frac{F}{2}$
- C. 若地面是有摩擦的, 则 $F_{AB} = F$
- D. 若地面是有摩擦的, 则 $F_{AB} = \frac{F}{2}$

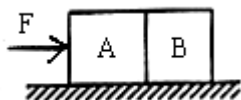


图 13

8. 皮带传送机的皮带与水平方向的夹角为 α ，如图 14 所示，将质量为 m 的小物块放在皮带传送机上，随皮带一起向下以加速度 a 做匀加速直线运动，则 ()

- A. 物块受到的支持力的方向一定垂直于皮带指向物块
- B. 物块受到的静摩擦力的方向一定沿皮带斜向下
- C. 物块受到的静摩擦力的大小可能等于 $mg \sin \alpha$
- D. 物块受到的重力和摩擦力的合力的方向一定沿斜面方向

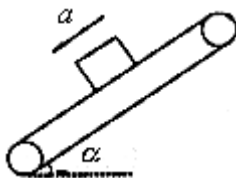


图 14

9. 如图 15 所示，临界角 C 为 45° 的液面上有一点光源 S 发出一束光垂直入射到水平放置于液体中且距液面为 d 的平面镜 M 上。当平面镜 M 绕垂直过中心 O 的轴以角速度 ω 做逆时针匀速转动时，观察者发现水面上有一光斑掠过，则观察者们观察到的光斑在水面上掠过的最大速度为多少？

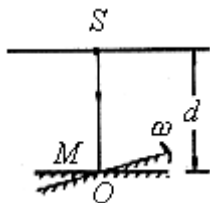


图 15

10. 一排球总长为 18m，设网高 2m，运动员站在离网 3m 线上正对网前跳起将球水平击出

(1) 设击球点的高度为 2.5m，试问击球的速度在什么范围内才能使球既不触网也不越界。

(2) 若击球点的高度小于某个值，那么无论水平击球的速度多大，球不是触网就是越界，试求出这个高度。

【试题答案】

1. 解析：轿车车身总长为 4.5m，在图中占三个大格，十五个小格，故每一个大格代表 1.5m，每一小格代表 0.3m。

由图可知，轿车在第 1 个 2s 和第 2 个 2s 时间内的位移分别为 $s_1 = 12m$ 和 $s_2 = 20.1m$ ，得

$$a = \frac{s_2 - s_1}{T^2} = \frac{20.1 - 12}{2^2} m/s^2 = 2.0 m/s^2$$

答案：B

2. D 0.8

3. 解析：由题意，小球与木块的加速度相等，而此加速度必定沿斜面方向。

(1)如图 16(a)所示, T 与 mg 都是竖直方向, 故不可能有加速度, 木块沿斜面匀速下滑, 有 $a = 0$, $T = mg$ 。

(2)如图 16 (b) 所示, T_2 与 mg 的合力必沿斜面方向, T_2 、 mg 、 $F_{\text{合}}$ 组成三角形, 由几何知识知,

$$F_{\text{合}} = mg \sin \theta \quad \therefore a = \frac{F_{\text{合}}}{m} = g \sin \theta, \quad T_2 = mg \cos \theta。$$

(3)如图 16 (c) 所示, 由几何知识知, $F_{\text{合}} = \frac{mg}{\sin \theta}$, $\therefore a = \frac{g}{\sin \theta}$, $T_3 = mg \cot \theta$ 。

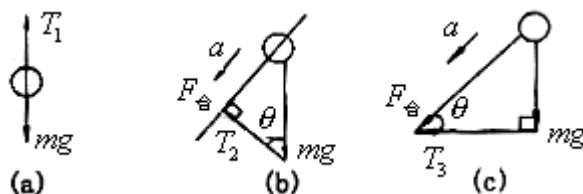


图 16

点评: (1) 加速度是联系力与运动的桥梁, 根据力或运动情况求加速度是两类基本问题的关键。(2) 牛顿定律适用于惯性参考系。地球及相对于其静止或匀速运动的物体均为惯性参考系。因此, 由牛顿第二定律求出的加速度是相对地球的, 由此推断出的物体的运动情况也是对地的, 这一点, 在两个物体相对滑动的有关问题中, 要特别注意。

4. 解答: 飞机由静止到起飞速度时, 滑行 s_1 , $\therefore s_1 = \frac{v^2}{2a_1}$, 则 $v^2 = 2a_1 s_1$

飞机从起飞速度到刚好静止, 滑行 s_2 , 则 $v^2 = 2a_2 s_2$, $\therefore s_2 = \frac{v^2}{2a_2}$

跑道的最短长度 $l = s_1 + s_2 = \frac{v^2}{2a_1} + \frac{v^2}{2a_2}$

代入数据得, $l = 2400\text{m}$

5. 解析: 水平细线剪断瞬间拉力突变为 0, 图甲中 OA 绳拉力由 T 突变为 T' , 但是图乙中 \overline{OB} 弹簧要发生形变需要一定时间, 不能突变, 明确这个关系后, 本题就很容易了。

答案: (1) 对 A 球受力分析, 如图 17 (a) 剪断线后。

在这以后小球将做圆周运动, 则剪断瞬间小球的加速度 a_1 方向沿圆周切线方向。

$$F_1 = mg \sin \theta = ma_1$$

$$\therefore a_1 = g \sin \theta$$

(2) 水平细线剪断瞬间, B 球受重力 G 和弹簧力 T 不变, 如图 17 (b) 所示, 则 $F_2 = m_B g \tan \theta$, $\therefore a_2 = g \tan \theta$

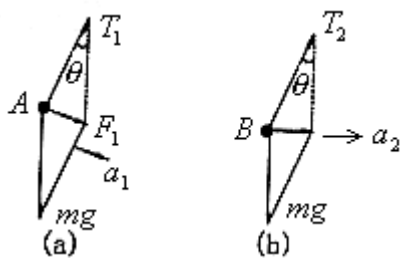


图 17

点评: (1) 牛顿第二定律是力的瞬时作用规律, 加速度和力同时产生, 同时变化, 同时消失, 分析物体在某一时刻的瞬时加速度, 关键是分析瞬时前后的受力情况及其变化。

(2) 明确两种基本模型的特点。

- A. 轻绳不需要形变恢复时间、在瞬时问题中, 其弹力可以突变, 成为零或别的值。
- B. 轻弹簧(或橡皮绳)需要较长的形变恢复时间, 在瞬时问题中, 其弹力不能突变, 大小不变。

6. 解析: 取小车、物体、磅秤这个整体为研究对象, 受总重力 Mg 、斜面的支持力 N , 由牛顿第二定律得, $Mg \sin \theta = Ma$, $\therefore a = g \sin \theta$ 取物体为研究对象, 受力情况如图 18 所示。

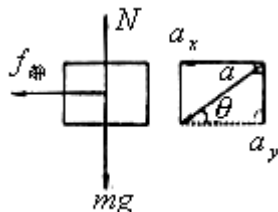


图 18

将加速度 a 沿水平和竖直方向分解, 则有:

$$\begin{cases} f_{\text{静}} = ma \cos \theta = mg \sin \theta \cos \theta & (1) \\ mg - N = ma \sin \theta = mg \sin^2 \theta & (2) \end{cases}$$

由式(2)得: $N = mg - mg \sin^2 \theta = mg \cos^2 \theta$

则 $\cos \theta = \sqrt{\frac{N}{mg}}$ 代入数据得 $\theta = 30^\circ$

由式(1)得: $f_{\text{静}} = mg \sin \theta \cos \theta$ 代入数据得 $f_{\text{静}} = 346\text{N}$

根据牛顿第三定律, 物体对磅秤的静摩擦力为 346N。

点评: (1) 处理连接体问题, 在不涉及物体之间的相互作用力(内力)时, 通常选整体为研究对象即整体法, 它是以系统内各物体的加速度相同或只有一个物体有加速度, 其余的物体静止或匀速为前提的。当涉及物体之间的相互作用力时, 只能以其中某一个物体为研究对象即隔离法, 对同一问题, 整体法和隔离法常常交叉使用。

(2) 当求物体的作用力不方便时, 根据牛顿第三定律, 可以求其反作用力, 即转化研究对象。

7. 解析: 地面光滑时, 对 AB 有: $F = 2ma$

对 B 有: $F_{AB} = ma$, 由以上两式得 $F_{AB} = \frac{F}{2}$

地面有摩擦时, 对 AB 有: $F - 2\mu mg = 2ma$

对 B 有: $F_{AB} - \mu mg = ma$

由以上两式得 $F_{AB} = \frac{F}{2}$

答案: BD

8. 解析: 假设摩擦力方向沿斜面向上, 由牛顿第二定律得, $mg \sin \alpha - f = ma$

$$\therefore f = mg \sin \alpha - ma$$

可见, 若 $mg \sin \alpha > ma$, 即 $a < g \sin \alpha$, f 沿斜面向上。

若 $mg \sin \alpha < ma$, 即 $a > g \sin \alpha$, f 沿斜面向下, 且 $mg \sin \alpha + f = ma$, $f = ma - mg \sin \alpha$ 。

当 $a = 2g \sin \alpha$ 时, $f = mg \sin \alpha$ 。

答案: AC

9. 解析: 设平面镜转过 θ 角时, 光线反射到水面上的 P 点, 光斑速度为 v , 由图 19 可知

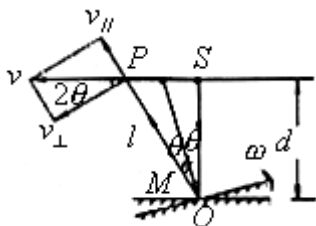


图 19

$$v = \frac{v_{\perp}}{\cos 2\theta}$$

而 $v_{\perp} = l \cdot 2\omega = \frac{d}{\cos 2\theta} 2\omega$

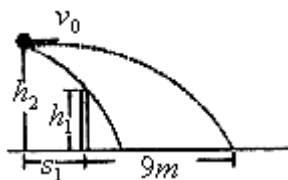
故 $v = \frac{2\omega d}{\cos^2 2\theta}$

液体的临界角为 C , 当 $2\theta = C = 45^\circ$ 时, v 达最大速度 v_{\max} , 即

$$v_{\max} = \frac{2\omega d}{\cos^2 C} = 4\omega d$$

点评: 本题涉及平面镜旋转、光的反射及全反射现象, 需综合运用反射定律、速度的分解、线速度与角速度的关系等知识求解。确定光斑掠移速度的极值点及其与平面镜转动角速度间的关系, 是求解本例的关键。

10. 解答: (1) 如图, 设球刚好触网而过, 水平射程 $s_1 = 3m$, 飞行时间



$$t_1 = \sqrt{\frac{2(h_2 - h_1)}{g}} = \frac{1}{\sqrt{10}} s$$

故下限速度 $v_1 = \frac{s_1}{t}$

设球恰好打在边界线上

水平射程: $s_2 = 12m$

飞行时间: $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \frac{1}{\sqrt{2}} s$

欲使球既不触网也不越界则球初速度 v_0 应满足

$$3\sqrt{10} m/s < v_0 < 12\sqrt{2} m/s$$

(2) 设击球点的高度为 h_2' 时, 临界状态为球恰能触网又压边线 (如图所示)



$$v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{3}{\sqrt{\frac{2(h_2' - 2)}{g}}} \quad (1)$$

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{12}{\sqrt{\frac{2h_2'}{g}}} \quad (2)$$

如 $v < v_1$ 则触网, 如 $v > v_2$ 则出界, 如 $v < v_2$, 则可存在 v 使之既不触网也不出界

所以 $v_1^2 > v_2^2$ (3)

联立(1)(2)(3)解得 $h_2' < 2\frac{2}{15} m$

即 $h_2' < 2\frac{2}{15} m$ 时无论 v 多大球不是触网就是越界。

力学复习(三)

动量、冲量、动量定理、动量守恒定律

[知识要点复习]

1. 动量是矢量, 其方向与速度方向相同, 大小等于物体质量和速度的乘积, 即 $P=mv$ 。

2. 冲量也是矢量, 它是力在时间上的积累。冲量的方向和作用力的方向相同, 大小等于作用力的大小和力作用时间的乘积。在计算冲量时, 不需要考虑被作用的物体是否运动, 作用力是何种性质的力, 也不要考虑作用力是否做功。在应用公式 $I=Ft$ 进行计算时, F 应是恒力, 对于变力, 则要取力在时间上的平均

$$\frac{F_1 + F_2}{2}$$

值, 若力是随时间线性变化的, 则平均值为

3. 动量定理: 动量定理是描述力的时间积累效果的, 其表示式为 $I = \Delta P = mv - mv_0$ 式中 I 表示物体受到所有作用力的冲量的矢量和, 或等于合外力的冲量; ΔP 是动量的增量, 在力 F 作用这段时间内末动量和初动量的矢量差, 方向与冲量的方向一致。

动量定理可以由牛顿运动定律与运动学公式推导出来, 但它比牛顿运动定律适用范围更广泛, 更容易解决一些问题。

4. 动量守恒定律

(1) 内容: 对于由多个相互作用的质点组成的系统, 若系统不受外力或所受外力的矢量和在某力学过程中始终为零, 则系统的总动量守恒, 公式:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \text{ 或 } \Delta P_1 = -\Delta P_2$$

(2) 内力与外力: 系统内各质点的相互作用力为内力, 内力只能改变系统内个别质点的动量, 与此同时其余部分的动量变化与它的变化等值反向, 系统的总动量不会改变。外力是系统外的物体对系统内质点的作用力, 外力可以改变系统总的动量。

(3) 动量守恒定律成立的条件

- 不受外力
- 所受合外力为零
- 合外力不为零, 但 $F_{内} \gg F_{外}$, 例如爆炸、碰撞等。
- 合外力不为零, 但在某一方向合外力为零, 则这一方向动量守恒。

(4) 应用动量守恒应注意的几个问题:

a. 所有系统中的质点, 它们的速度应对同一参考系, 应用动量守恒定律建立方程式时它们的速度应是同一时刻的。

b. 无论机械运动、电磁运动以及微观粒子运动、只要满足条件, 定律均适用。

(5) 动量守恒定律的应用步骤。

第一, 明确研究对象。

第二, 明确所研究的物理过程, 分析该过程中研究对象是否满足动量守恒的条件。

第三, 明确初、末态的动量及动量的变化。

第四, 确定参考系和坐标系, 最后根据动量守恒定律列方程, 求解。

【例题分析】

例 1. 对一个质量不变的物体, 下列说法正确的是 ()

- 物体的动能发生变化, 其动量必定变化
- 物体的动量发生变化, 其动能必定变化
- 物体所受的合外力不为零, 物体的动量肯定要发生变化, 但物体的动能不一定变
- 物体所受的合外力为零时, 物体的动量一定不发生变化

解析: 本题讨论动量这一矢量与动能这一标量的关系。动能发生变化, 物体的速率必然发生变化, 故动量也必然改变。动量发生变化有可能只是速度方向发生改变, 物体的动能不一定会发生变化。物体所受合力不为零, 加速度一定不为零, 速度的改变有三种可能情形: (1) 只是速度大小发生变化, 方向不变; (2) 只是速度方向变化而大小不变; (3) 速度的大小和方向都变。所以, 合外力不为零时, 物体的动量肯定变, 而物体所受合外力为零时, 物体将做匀速直线运动或处于静止状态, 故动量一定不会改变。综上所述, 本题的正确答案为 ACD。

点评: 冲量和动量是两个重要概念, 要明确以下几点: (1) 冲量是力对时间的累积效应, 是过程量; 而动量描述的是物体在某一时刻的运动状态, 是状态量。

(2) 合外力的冲量等于物体动量的变化量。在某一段时间内, 冲量与物体动量的变化量方向一致, 而动量是描述某一瞬时的状态量, 所以, 动量与冲量无关。

例 2. 玻璃杯从同一高度自由落下, 掉落在硬质水泥地板上易碎, 掉落在松软地毯上不易碎, 这是由于玻璃杯掉在松软地毯上 ()

- A. 所受合外力的冲量较小
- B. 动量的变化量较小
- C. 动量的变化率较小
- D. 地毯对杯子的作用力小于杯子对地毯的作用力

解析: 杯子从同一高度自由落下, 与地面相碰前的瞬时速度、动量都是一定的, 由下落高度决定动量大小 $p = m\sqrt{2gh}$ 。

与地面碰撞到静止在地面上, 不管玻璃杯是否破碎, 其动量的改变量的大小都等于 $m\sqrt{2gh}$ 。

合外力的冲量与动量改变量大小相等, 可见选择 A、B 错误。

由动量定理 $F \cdot \Delta t = \Delta p$, 知玻璃杯受到的合外力等于玻璃杯的 $\frac{\Delta p}{\Delta t}$, 即玻璃杯动量的变化率。

玻璃杯掉在松软的地毯上, 动量减小经历的时间 Δt 较长, 故 $\frac{\Delta p}{\Delta t}$ 较小, 即玻璃杯受到的合力较小, 玻璃杯不易破碎, 知 C 正确。

地毯与杯子相互作用中的作用力与反作用力大小相等, 故答案 D 错。本题答案为 C。

例 3. 某同学用图 1 所示装置通过半径相同的 A、B 两球的碰撞来验证动量守恒定律。图中 PQ 是斜槽, QR 为水平槽。实验时先使 A 球从斜槽上某一固定位置 G 由静止开始滚下, 落到位于水平地面的记录纸上, 留下痕迹。重复上述操作 10 次, 得到 10 个落点痕迹, 再把 B 球放在水平槽上靠近槽末端的地方, 让 A 球仍从位置 G 由静止开始滚下, 和 B 球碰撞后, A、B 球分别在记录纸上留下各自的落点痕迹。重复这种操作 10 次。图 1 中 O 点是水平槽末端 R 在记录纸上的垂直投影点。B 球落点痕迹如图 2 所示, 其中米尺水平放置, 且平行于 G、R、O 所在的平面, 米尺的零点与 O 点对齐。

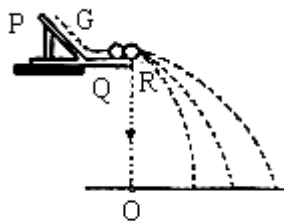


图 1

- (1) 碰撞后 B 球的水平射程应取为 _____ cm。
- (2) 在以下选项中, 哪些是本次实验必须进行的测量? 答: _____ (填选项号)

- A. 水平槽上未放 B 球时, 测量 A 球落点位置到 O 点的距离
- B. A 球与 B 球碰撞后, 测量 A 球落点位置到 O 点的距离
- C. 测量 A 球或 B 球的直径
- D. 测量 A 球和 B 球的质量 (或两球质量之比)
- E. 测量 G 点相对于水平槽面的高度

(2000 年全国高考)

解析: (1) 图 2 中画出了 B 球的 10 个落点位置, 实验中应取平均位置。

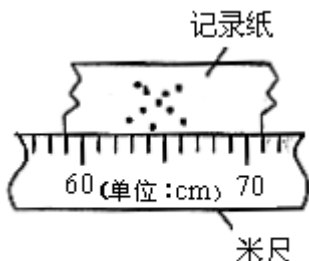


图 2

方法是: 用最小的圆将所有点圈在里面, 圆心位置即为落点平均位置, 找准平均位置, 读数时应在刻度尺的最小刻度后面再估读一位。答案为 64.7cm (从 64.2cm 到 65.2cm 的范围内都正确)

(2) 本实验的装置将教材上的实验装置作了微小变化, 把放被碰小球的支座去掉, 而把被碰小球放在靠近槽末端的的地方, 使得被碰小球 B 和入射小球 A 都从 O 点开始做平抛运动, 且两球平抛时间相同, 以平抛时间为时间单位, 则平抛的水平距离在数值上等于平抛初速度。设 A 未碰 B, 平抛水平位移为 s_A ; A、B 相碰后, A、B 两球的水平位移分别为 s_A' 、 s_B' , A、B 质量分别为 m_A 、 m_B , 则碰前 A 的动量可写成 $m_A s_A$, 碰后 A、B 总动量为 $m_A s_A' + m_B s_B'$, 要验证动量是否守恒, 即验证以上两动量是否相等, 所以该实验应测量的物理量有: m_A 、 m_B 、 s_A 、 s_A' 、 s_B' 。该题答案是 ABD。

点评: 本题改变实验条件, 在新的情景中寻求需测量的物理量, 注重发现问题的能力和创新能力的考查。

例 4. 在水平轨道上放置一门质量为 M 的炮车。发射炮弹的质量为 m , 炮车与轨道间的摩擦不计, 当炮车与水平方向成 θ 角发射炮弹时, 炮弹相对地面的速度为 v_0 , 求炮车后退的速度。

解析: 炮弹与炮车组成的系统在炮弹发射过程中受两个力作用, 一为二者之重力 G , 二为地面的支持力 N , 因倾斜发射炮弹, 故 $N > G$, 合外力不为零, 系统动量不守恒; 但因水平方向无外力作用, 故系统在水平方向上动量守恒, 以 v_0 在水平方向的分量为正方向, 炮车后退的速度设为 v ,

根据水平方向动量守恒可得 $mv_0 \cos \theta - Mv = 0$

即炮车后退的速度 $v = \frac{m}{M} v_0 \cos \theta$

点评: 动量守恒定律的适用条件是“系统所受合外力为零”, 但是在某些情况下, 系统的合外力虽然不为零, 却仍可按动量守恒来处理。

例 5. 如图 3 所示, 质量为 M 的平板车静止于光滑水平面上, 质量为 m 的人站在车的一端, 现人以速度 v_0 沿水平方向跳出, 求人跳出后车的速度。

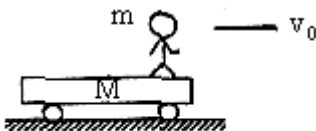


图 3

解析: 取人、车组成的系统为研究对象, 系统在水平方向上动量守恒。

以人跳出的方向为正方向, 设人跳出瞬间车的速度大小为 v_1 , 由动量守恒定律得:

$$mv_0 + M(-v_1) = 0$$

$$\text{解得: } v_1 = \frac{m}{M}v_0$$

点评: 此题体现了动量守恒定律的基本应用方法:

- (1) 在分析出系统动量守恒后, 应确定系统的两个状态, 并分别计算出这两个状态的总动量;
- (2) 矢量性: 在一维情况下, 以某一方向为正方向, 然后以代数形式表示各方向的速度和动量。

例 6. 两只船以速度 v_0 相向而行, 每只船连同船上的人、物总质量为 M ; 当它们“擦肩”而过时, 各把质量为 m 的物体从船侧同时放入对方船中, 则两船速大小分别变为多大? (忽略水的阻力)

解析: 每只船把质量为 m 的物体放出后剩下部分的质量为 $M-m$, 其速度仍保持原速度 v_0 不变, 而对方船只放入的质量为 m 的物体与本船速度大小相等、方向相反, 物体 m 落入船 $M-m$ 中, 相互作用后以共同速度运动。

以放出质量为 m 的物体后的某一船和放入的质量为 m 的物体组成的系统为研究对象, 以该船运动的方向为正方向, 设最终前进的速度为 v , 由动量守恒定律:

$$(M-m)v_0 + m(-v_0) = Mv$$

$$\text{得速度: } v = \frac{(M-2m)v_0}{M}$$

$$\text{即两船的速度都变为 } \frac{(M-2m)v_0}{M}$$

点评: 在问题涉及物体较多时, 要认真分析相互作用的物理过程, 然后确定研究对象。确定研究对象的原则是既符合动量守恒条件又能利用动量守恒定律简捷地解决问题。

【模拟试题】

1. 质量相等的 A、B 两个物体, 沿着倾角分别为 α 和 β 的两个光滑的斜面, 由静止从同一高度 h_1 开始下滑到同样的另一高度 h_2 的过程中 (如图 4 所示), A、B 两个物体相同的物理量是 ()

- | | |
|------------|-------------|
| A. 所受重力的冲量 | B. 所受支持力的冲量 |
| C. 所受合力的冲量 | D. 动量改变量的大小 |

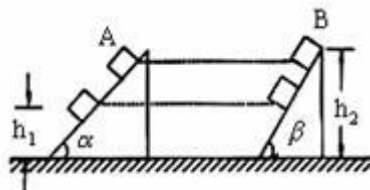


图4

2. 如图 5 所示, 具有一定质量的小球 A 固定在轻杆一端, 另一端挂在小车支架的 O 点, 用手将小球拉起使轻杆呈水平, 在小车处于静止的情况下放手使小球摆下, 在 B 处与固定在车上的油泥撞击后粘合在一起, 则此后小车的运动状态是 ()

- | | |
|---------|---------|
| A. 向右运动 | B. 向左运动 |
| C. 静止不动 | D. 无法判定 |

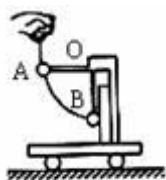


图 5

3. 小车沿平直轨道匀速行驶。某时刻，小车上的人同时沿着小车运动的方向向前、向后抛出两个质量相等的球，球抛出时相对于地面的速度大小相等，则抛出两个球以后，小车的速度大小 ()

- A. 与原来的速度相等
- B. 比原来的速度小
- C. 比原来的速度大
- D. 无法确定

4. 如图 6 所示，木块 A 静置于光滑的水平面上，其曲面部分 MN 光滑，水平部分 NP 是粗糙的，现有一物体 B 自 M 点由静止下滑，设 NP 足够长，则以下叙述正确的是 ()

- A. A、B 最终以同一速度 (不为零) 运动
- B. A、B 最终速度均为零
- C. A 物体先做加速运动，后做减速运动
- D. A 物体先做加速运动，后做匀速运动

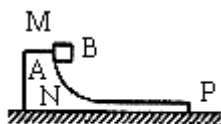


图 6

5. 斜上抛一个物体，不计阻力，取竖直向上为正方向，则画出物体在运动过程中 ()

- (1) 动量的增量随时间的变化图线；
- (2) 动量的变化率随时间的变化图线。

6. 甲、乙两船自身质量为 120kg，都静止在静水中，当一个质量为 30kg 的小孩以相对于地面 6m/s 的水平速度从甲船跳上乙船时，不计阻力，甲、乙两船速度大小之比 $v_{甲}:v_{乙} =$ _____。

7. 气球质量为 200kg，载有质量为 50kg 的人，静止在空中距地面 20m 高的地方，气球下悬一根质量可忽略不计的绳子，此人想从气球上沿绳慢慢下滑至地面，为了安全到达地面，则这根绳长至少应为 _____ (不计人的高度)

8. 如图 7 示，两厚度相同的木块 A 和 B 并列放置在光滑的水平面上，它们的下表面光滑而上表面是粗糙的，已知 $m_A = 500g$ ， $m_B = 400g$ ，今有一长度很短的铅块 C， $m_C = 100g$ ，以速度 $v_0 = 10m/s$ 沿水平方向恰好擦到 A 的表面向前运动，由于摩擦力作用，铅块 C 最终与木块 B 共同以 $v = 1.5m/s$ 向前运动，求铅块离开 A 时的速度 v_C' 。

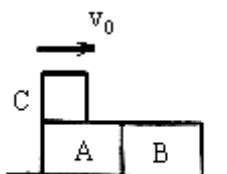


图 7

9. 在验证碰撞中动量守恒定律时，实验装置的示意图如图 8 所示，一位同学设计的主要实验步骤如下：

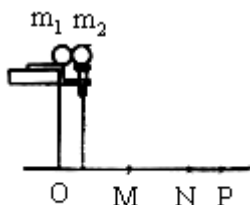


图 8

A. 在桌边固定斜槽碰撞实验器（即斜槽轨道），调整轨道末端成水平，并调整支柱高度，使两球碰撞时，两球心在同一高度；调整支柱的方向，使两球碰撞后运动方向与一个球运动时的方向在同一直线上。

B. 用天平称出两球质量 m_a 和 m_b 。

C. 把白纸铺在地面上，在白纸上记下重锤所指位置 O，在白纸上铺好复写纸。

D. 任取一球 a，让其多次从斜槽轨道上同一高度处滚下，在纸上找出平均落点，记为 P。

E. 将另一球 b 放在支柱上，再让 a 球多次从斜槽上同一位置滚下，找出两球正碰后在纸上的平均落点，记为 M 和 N。

F. 用米尺量出平均落点 P、M、N 到 O 点的距离 OP、OM、ON。

G. 计算 a、b 两球碰前总动量 $p_1 = m_a \times OP$ ，碰后总动量 $p_2 = m_a \times OM + m_b \times ON$ 。比较 p_1 和 p_2 是否相等，得出实验结论。

这个学生的实验步骤中的错误和遗漏之处是：

- (1) _____
- (2) _____
- (3) _____
- (4) _____
- (5) _____

10. 一个连同装备总质量为 $M = 100\text{kg}$ 的宇航员，在距离飞船 $S = 45\text{m}$ 处与飞船处于相对静止状态，宇航员背着装有质量为 $m_0 = 0.5\text{kg}$ 氧气的贮气筒，筒有个可以使氧气以 $v = 50\text{m/s}$ 的速度喷出的喷嘴，宇航员必须向着返回飞船的相反方向放出氧气，才能回到飞船，同时又必须保留一部分氧气供途中呼吸用。宇航员的耗氧率为 $Q = 2.5 \times 10^{-4}\text{kg/s}$ ，不考虑喷出氧气对设备及宇航员总质量的影响，则：

(1) 瞬时喷出多少氧气，宇航员才能安全返回飞船？

(2) 为了使总耗氧量最低，应一次喷出多少氧气？返回时间又是多少？（提示：一般飞船沿椭圆轨道运动，不是惯性参考系，但是，在一段很短的圆弧上，可以视为飞船做匀速直线运动，是惯性参考系。）

【试题答案】

1. 解析：物体在斜面上下滑的加速度 $a = g \sin \alpha$

由静止开始滑过 Δh 需要的时间设为 t ，则 $\frac{1}{2}at^2 = \frac{\Delta h}{\sin \alpha}$

即 $t = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g \sin^2 \alpha}}$, 倾角越小时间越长, 知重力的冲量不等, A 错;

支持力 $N = mg \cos \alpha$, 其冲量 $I = Nt = mgctg \alpha \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}$, 由于两斜面倾角不等, I 也不等, B 错;

两物体下落相同高度时速率相同, 但动量的变化量(矢量)不等, 故知所受合力的冲量亦不相等, C 错; 由于初速度为零, 末状态速率相等, 故动量变化量的大小相等, D 正确。

答案: D

2. 解析: 放手后球及车组成的系统在水平方向上不受外力作用, 故系统水平方向的动量守恒, 又系统初状态的水平方向总动量为零, 且最终球与车速度相等, 知小车最终必处于静止状态。

答案: C

3. 解析: 设小车(包括车上的人和球)总质量为 M, 速度为 u, 取原运动方向为正方向。

设球质量为 m, 抛出时相对于地面的速度大小为 v, 抛出球后车速为 u', 则由动量守恒定律

$$Mu = (M - 2m)u' + mv - mv$$

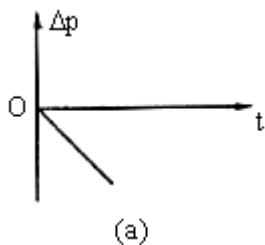
知 $u' = \frac{M}{M - 2m}u > u$, 即正确答案为 C

答案: C

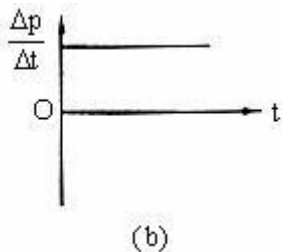
4. 解析: 由水平方向动量守恒知最终二者均静止; B 物体由 M → N 过程中水平分速度增大, 板将反向加速; 由 N → P 过程 B 减速, 故 A 也减速。

答案: BC

5. 解析: (1) 物体被抛出后, 只受重力作用, 由动量定理知, $\Delta p = mg \cdot t$, 可画出 $\Delta p - t$ 图线如图(a)所示。



(2) 动量的变化率为 $\frac{\Delta p}{\Delta t}$ 即等于 mg, 故 $\frac{\Delta p}{\Delta t} - t$ 图线如图(b)所示。



6. 5:4

7. 25m

8. 解析: 以 A、B、C 组成的系统为研究对象, 由于合外力为零, 故系统的动量守恒, 以初速度 v_0 的方向为正方向, 由动量守恒定律得:

$$m_C v_0 = (m_B + m_C)v + m_A v_A$$

A 的最终速度

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{m_C v_0 - (m_B + m_C)v}{m_A} \\ &= \frac{0.1 \times 10 - (0.4 + 0.1) \times 15}{0.5} \text{ m/s} \\ &= 0.5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

C 滑离 A 时, A、B 具有共同速度 v_A

$$\text{故 } m_C v_0 = (m_A + m_B)v_A + m_C v_C'$$

得铅块 C 离开 A 时的速度

$$\begin{aligned} v_C' &= \frac{m_C v_0 - (m_A + m_B)v_A}{m_C} \\ &= \frac{0.1 \times 10 - (0.5 + 0.4) \times 0.5}{0.1} \text{ m/s} \\ &= 5.5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

答案: $v_C' = 5.5 \text{ m/s}$

9. 答案: (1) 漏测小球直径

(2) 步骤 A 中未调整支柱到槽末端距离等于小球的直径

(3) 步骤 D 中应取质量大的球作为入射球

(4) 步骤 E 中应使入射球从斜槽上的同一位置由静止开始滚下

(5) 步骤 G 中计算公式应为 $p_2 = m_A \times \overline{OM} + m_B \times (\overline{ON} - 2r)$

10. 解析:

(1) 设喷出质量为 m_1 的氧气后, 宇航员获得速度 v_1

由动量守恒定律得 $Mv_1 - m_1 v = 0$ (1)

宇航员回到飞船用时间: $t = \frac{S}{v_1}$ (2)

若过程中宇航员因呼吸消耗氧气 $m_2 = Qt$

要保证宇航员安全返回飞船 $m_1 + m_2 \leq m_0$

将 $M = 100 \text{ kg}$, $v = 50 \text{ m/s}$, $S = 45 \text{ m}$, $Q = 2.5 \times 10^{-4} \text{ kg/s}$, $m_0 = 0.5 \text{ kg}$ 代入以上各式得:

$$m_1^2 - 0.5m_1 + 0.0225 \leq 0$$

解得 $0.05 \text{ kg} \leq m_1 \leq 0.45 \text{ kg}$

(2) 由(1)解知, 要使总耗氧量最低即 $m_{\text{耗}} = m_1 + m_2$ 最小

由数学知识知, 当 $m_1 = m_2$ 即 $m_1 = \frac{0.0225}{m_1}$ 时, $m_{\text{耗}}$ 有最小值。

此时 $m_1 = 0.15\text{kg}$, 即当一次喷出 0.15kg 氧气时, 总耗氧量最低

代入(1)式得 $v_1 = 0.075\text{m/s}$

代入(2)式得: 回到飞船所用时间 $t = \frac{S}{v} = \frac{45}{0.075} \text{s} = 600\text{s}$

力学复习(四)

内容: 功、功率, 动能、动能定理, 势能, 机械能守恒定律, 验证机械能守恒定律。

[知识要点复习]

1. 功

(1) 定义: 力与物体位移的矢量之积叫这个力的功。

公式: $W = FS \cos \alpha$

(2) 功是标量, 没有方向, 但有正负

$0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ 时为正功;

$\alpha = 90^\circ$ 时为零功;

$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ 时为负功, 力对物体做负功, 又可以叫物体克服这个力做功。

2. 功率

(1) 平均功率: 表示力在一段时间平均做功的快慢。

公式: $\bar{P} = \frac{W}{t} = F \cdot \bar{v} \cdot \cos \alpha$

(2) 瞬时功率: 表示力在某瞬间或某一位置做功的快慢。

公式: $P = F \cdot v \cdot \cos \alpha$

3. 动能 E_k : 物体由于运动而具有的能。

公式: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

4. 动能定理:

(1) 内容: 外力对物体做的总功(代数和)等于物体动能的变化。

(2) 公式: $\Sigma W = \Delta E_k$

即 $W_1 + W_2 + \dots + W_n = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

(3) 应用动能定理解题, 一般比应用牛顿第二定律解题要简便, 故在一般讨论力与位移关系的题目中, 优先考虑使用动能定理。

(4) 应用动能定理解题的步骤:

第一, 选取研究对象, 明确它的运动过程。

第二, 分析研究对象的受力情况和各个力做功情况: 受哪些力? 每个力是否做功? 做正功还是做负功? 做功多少? 然后求它们做功的代数和。

第三, 明确物体在过程的初状态的动能 E_{k_1} 和末状态的动能 E_{k_2} 。

第四, 列出动能定理的方程 $\Sigma W = E_{k_2} - E_{k_1}$, 进行求解。

5. 势能

(1) 重力势能: $E_p = mgh$, h 是物体重心到零势能面的高度差。重力势能是物体与地球共有的, 其大小与零势能面的选取有关。重力势能是标量, 但有“正”, “负”值, 正值表示物体重心在零势能面以上, 负值表示物体重心在零势能面以下。

重力对物体做多少正功, 物体的重力势能就减少多少; 反之, 重力对物体做多少负功, 物体的重力势能就会增加多少, 即 $W_G = -\Delta E_p$ 。

(2) 弹性势能: 物体因发生弹性形变而具有的势能叫弹性势能, 为理解和记忆方便, 可以给读者给出公式:

$$E_{\text{弹}} = \frac{1}{2} kx^2$$

k 是弹簧的劲度系数, x 是弹簧的形变量, 本公式仅适用于弹簧的弹性势能, 考试中不要求用此公式计算。

6. 机械能守恒

(1) 内容: 在只有重力(或系统内弹力)做功的情形下, 物体的重力势能(或弹性势能)和动能发生相互转化, 但总的机械能保持不变。

$$\text{公式: } E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}$$

(2) 机械能守恒的成立条件:

第一, 只有重力做功;

第二, 只有弹簧弹力做功;

第三, 重力, 弹簧弹力都做功, 三个条件中满足任何一个都可以。

【例题分析】

例 1. 汽车发动机的功率为 60kW, 若其总质量为 5t, 在水平路面上行驶时, 所受阻力恒定为 $5.0 \times 10^3 \text{N}$ 。试求:

(1) 汽车所能达到的最大速度。

(2) 若汽车以 0.5m/s^2 的加速度由静止开始做匀加速运动, 这一过程能维持多长时间?

解析: (1) 当汽车达到最大速度时, 其 $a=0$, 合外力为零

$$\text{即 } \frac{P}{vm} = f$$

$$\text{则最大速度为: } v_m = \frac{P}{f} = \frac{60 \times 10^3}{5.0 \times 10^3} \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}$$

$$(2) \text{ 由牛顿第二定律得 } \frac{P}{v} - f = ma$$

$$\text{即 } \frac{60 \times 10^3}{v} - 5.0 \times 10^3 = 5.0 \times 10^3 \times 0.5$$

$$\text{解得 } v = 8 \text{ m/s}$$

由 $v = at$ 可得, 这一过程维持的时间为:

$$t = \frac{v}{a} = \frac{8}{0.5} \text{ s} = 16 \text{ s}$$

点评: 机车起动过程中, 发动机的功率指牵引力的功率, 发动机的额定功率指的是该机器正常工作时的最大输出功率, 实际输出功率可在零和额定值之间取值。

(1) 机车以恒定功率运动: 若在平直道路上运动过程中所受阻力 f 不变。运动后的情况是, 由于牵引力 $F = \frac{P}{v}$, 物体的加速度由牛顿第二定律可得: $F - f = ma$, 即加速度

$$a = \frac{P}{vm} - \frac{f}{m}。 \text{ 可见机车随着速度的增大, 加速度变小; 当其加速度 } a = 0 \text{ 时, 有 } \frac{P}{v_m} = f, \text{ 机车的速度达到}$$

最大, 以后机车将做匀速直线运动。

(2) 机车从静止做匀加速运动。机车以恒定加速度运动时, 开始牵引力不变, 当其速度增大至一定值 v 时, 其功率达到最大值 P , 此时有 $\frac{P}{v} - f = ma$ 。以后若再使其速度增加, 由于机车的功率不变, 机车的牵引力减小, 从而加速度也减小, 直至加速度 $a=0$ 时, 机车速度最大, 以后将做匀速直线运动, 做

$$\text{匀速直线运动的速度 } v_m = \frac{P}{f}。$$

由上可见, 在功率不变的情况下, 机动车的牵引力 F 与速度 v 成反比, 但若功率可变, 即实际功率小于额定功率时, 当机动车的牵引力增大时, 只要增大实际功率, 运动速度也可增大。

例 2. 人的心脏每跳一次大约输送 $8 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ 的血液, 正常人血压 (可看做心脏压送血液的压强) 的平均值约为 $1.5 \times 10^4 \text{ Pa}$, 心跳约每分钟 70 次, 据此估测心脏工作的平均功率约为 _____ W。

(1998 年上海高考)

解析: 设想人的血液是在一圆柱形血管中被输送, 血管截面积为 S , 则作用力 $F = pS$, 血液被输送的距离 $d = \frac{V}{S}$

$$\text{故每分钟内心脏做功: } W = Fd = pS \cdot \frac{V}{S} = pV$$

做功的平均功率:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1.5 \times 10^4 \times 8 \times 10^{-5} \times 70}{60} \text{ W} = 14 \text{ W}$$

点评: 与实际相联系的物理题目, 情景新颖, 条件隐蔽, 要求具有较强的分析推理能力, 能从试题中提取有用信息, 善于还原物理模型, 灵活运用所学知识解决问题。

例 3. 如图 1 所示, 物体在离斜面底端 4m 处由静止滑下, 若动摩擦因数均为 0.5, 斜面倾角 37° , 斜面与平面间由一小段圆弧连接, 求物体能在水平面上滑行多远。



图1

解析: 物体在斜面上受重力 mg 、支持力 N_1 、摩擦力 f_1 的作用, 沿斜面加速下滑 ($\because \mu = 0.5 < \tan \theta = 0.75$), 到水平面后, 在摩擦力 f_2 作用下做减速运动, 直至停止。

解法一: 对物体在斜面上和水平面上时进行受力分析, 如图 2 所示, 知下滑阶段:

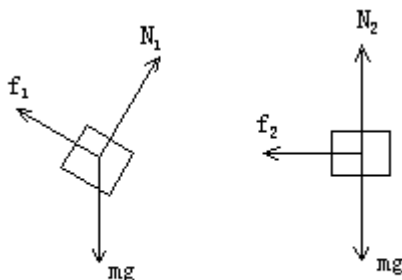


图2

$$N_1 = mg \cos 37^\circ$$

$$\text{故 } f_1 = \mu N_1 = \mu mg \cos 37^\circ$$

由动能定理有:

$$mg \sin 37^\circ \cdot s_1 - \mu mg \cos 37^\circ \cdot s_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 \quad (1)$$

在水平运动过程中

$$f_2 = \mu N_2 = \mu mg$$

$$\text{由动能定理有 } -\mu mg \cdot s_2 = 0 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (2)$$

由(1)、(2)式可得:

$$s_2 = \frac{\sin 37^\circ - \mu \cos 37^\circ}{\mu} s_1 = \frac{0.6 - 0.5 \times 0.8}{0.5} \times 4m = 1.6m$$

解法二: 物体受力分析同上

物体运动的全过程中, 初、末状态速度均为零, 对全过程应用动能定理

$$mg \sin 37^\circ \cdot s_1 - \mu mg \cos 37^\circ \cdot s_1 - \mu mg \cdot s_2 = 0$$

$$\text{得 } s_2 = \frac{\sin 37^\circ - \mu \cos 37^\circ}{\mu} s_1 = \frac{0.6 - 0.5 \times 0.8}{0.5} \times 4m = 1.6m$$

点评: (1) 在应用动能定理解题时, 认真分析物理过程, 认真分析受力都是非常必要的, 若不先明确物体在各段的受力情况、力的大小和方向及对应位移, 不明确功的“+”“-”号的意义, 就很容易出错。

(2) 上例中, 物体运动的全过程中, 加速度是变化的, 但初、末状态速度均为零, 而力与位移均为已知或待求, 显然取全程为研究过程列式比分两个阶段列式要简单。

例 4. 如图 3 所示, 总长为 L 的光滑匀质铁链跨过一个光滑的轻小滑轮, 开始时底端相齐, 当略有扰动时其一端下落, 则铁链刚脱离滑轮的瞬间的速度多大?

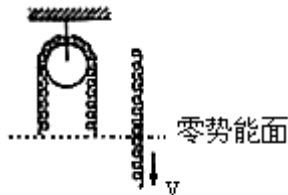


图 3

解析: 解法一: 由于铁链在运动过程中只有重力做功, 机械能守恒。

设铁链单位长度的质量为 ρ , 且选铁链初状态下端所在平面为零势能面, 则初状态铁链的机械能

$$E_1 = 2\rho \frac{L}{2} g \frac{L}{4} = \frac{1}{4} \rho g L^2$$

末状态机械能为

$$E_2 = \frac{1}{2} \rho L v^2$$

由机械能守恒定律得: $E_1 = E_2$

$$\text{即 } \frac{1}{4} \rho g L^2 = \frac{1}{2} \rho L v^2$$

$$\text{所以 } v = \sqrt{\frac{gL}{2}}$$

解法二: 分析同上, 但不设等势面, 铁链刚离开滑轮时与初状态相比, 减少的重力势能为

$$\Delta E_p = \rho L g \frac{L}{4}$$

$$\text{增加的动能为 } \Delta E_k = \frac{1}{2} \rho L v^2$$

由机械能守恒定律 $\Delta E_p = \Delta E_k$

$$\text{即: } \rho L g \frac{L}{4} = \frac{1}{2} \rho L v^2 \text{ 得 } v = \sqrt{\frac{gL}{2}}$$

例 5. 如图 4 所示, 质量都为 m 的 A、B 两环用细线相连后分别套在光滑细杆 OP 和竖直光滑细杆 OQ 上, 线长 $L=0.4\text{m}$, 将线拉直后使 A 和 B 在同一高度上都由静止释放, 当运动到使细线与水平面成 30° 角时, A 和 B 的速度分别为 v_A 和 v_B , 求 v_A 和 v_B 的大小。

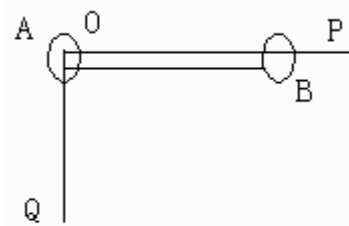


图 4

解析: 将 v_A 、 v_B 都分解成平行于细线和垂直于细线的两个分速度 (如图 5), 由于在运动过程中线的长度不变, A 和 B 在沿线的方向上相对速度为零, 即在平行于线的方向上, A 和 B 的分速度相等, 利用这一条件可求出 A 和 B 的速度 v_A 和 v_B 的大小之比, 再由机械能守恒定律列方程可求 v_A 、 v_B 的大小。

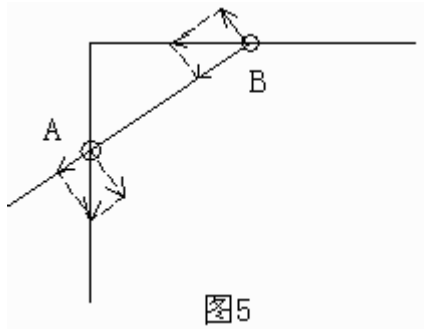


图 5

由图 5 可知

$$v_A \sin 30^\circ = v_B \cos 30^\circ$$

$$\text{即 } v_A = \sqrt{3}v_B \quad (1)$$

A 球下落的高度

$$h = L \sin 30^\circ = 0.4 \times \frac{1}{2} \text{ m} = 0.2 \text{ m}$$

由机械能守恒定律有:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 \quad (2)$$

联立 (1) (2) 并代入数据解得

$$v_A = \sqrt{3} \text{ m/s}, \quad v_B = 1 \text{ m/s}$$

例 6. 如图 6 所示, 质量为 M 、内有半径为 R 的半圆形轨道的槽体放在光滑平面上, 左端紧靠一台阶, 质量为 m 的小物体从 A 点由静止释放, 若槽内光滑, 求小物体上升的最大高度。

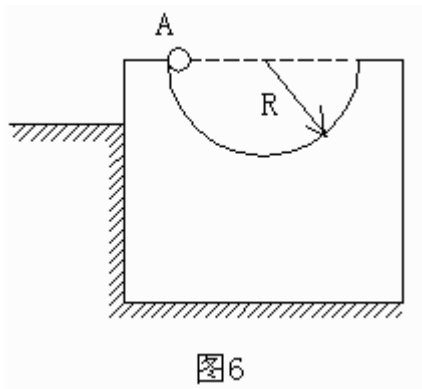


图6

解析: 小物体 m 向下运动过程中, 槽体静止不动时, 只有重力做功, m 的机械能守恒; m 过了最低点后, M 在 m 的压力下向右加速运动, 此时 m 一边相对 M 沿圆弧向上滑, 一方面随 M 一起向右加速运动, m 与 M 组成的系统只有重力和内部弹力做功, 机械能守恒, 当 m 滑到最高点时, m 相对于 M 速度为零, m 和 M 具有共同的向右的速度。

设小物体由 A 落至圆弧最低点时的速度为 v

由机械能守恒定律 $\Delta E_k = \Delta E_p$ 知

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 \text{ 得 } v = \sqrt{2gR}$$

小物体向上运动的过程中, m 与 M 组成的系统在水平方向的动量守恒 $mv = (M + m)v'$

v' 为小球滑至最高点时 m 与 M 的共同速度

$$v' = \frac{m}{M + m} \sqrt{2gR}$$

此过程中系统机械能守恒, 知

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(M + m)v'^2 = mgh$$

$$\text{解得 } m \text{ 上升的最大高度 } h = \frac{M}{M + m}R$$

点评: 对于相互作用的物体组成的物体系, 往往需要将动量守恒定律和机械能守恒定律结合起来使用, 需注意分析哪个过程符合上述规律, 这也是力学综合题目最常见的类型。另外, 当 m 在 M 上滑到最高点时, 二者相对静止瞬间, 速度相等, 是一个重要的临界条件。

【模拟试题】

1. 如图 7 所示, 一块长板 B 放在光滑的水平面上, 在 B 上放一物体 A , 现以恒定的外力拉 B , 由于 A 、 B 间摩擦力的作用, A 将在 B 上滑动, 以地面为参照物, A 、 B 都向前移动一段距离, 在此过程中 ()

- 外力 F 做的功等于 A 和 B 动能的增量
- B 对 A 的摩擦力做的功, 等于 A 的动能的增量
- A 对 B 的摩擦力所做的功, 等于 B 对 A 的摩擦力所做的功
- 外力 F 对 B 做的功等于 B 的动能的增量与 B 克服摩擦力所做的功之和

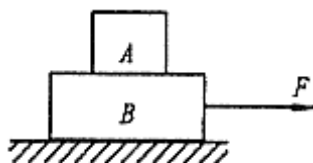


图 7

2. 一辆小车静止在光滑的水平面上, 小车立柱上固定一条长为 L 、拴有小球的细绳, 小球由和悬点在同一水平面上的 A 点由静止释放, 如图 8 所示。不计一切阻力, 下面说法中正确的是 ()

- A. 小球的机械能守恒, 动量不守恒
- B. 小球的机械能不守恒, 动量也不守恒
- C. 球和小车的总机械能守恒, 总动量也守恒
- D. 球和小车的总机械能不守恒, 总动量守恒

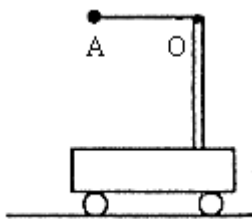


图 8

3. 质量为 m 的物体从带有光滑半圆轨道的槽体的 A 点由静止下滑, A 、 B 等高, 如图 9 所示。关于物体 m 的运动, 下面说法正确的是 ()

- A. 若槽体固定, 则 m 可滑至 B 点
- B. 若槽体可无摩擦滑动, 则 m 不能滑到 B 点
- C. 若 m 下滑时槽体可滑动, 但底面有摩擦, m 不能滑至 B 点
- D. 以上都不对

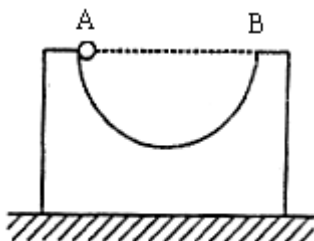


图 9

4. 将一物体以速度 v 从地面竖直上抛, 当物体运动到某高度时, 它的动能恰为重力势能的一半, 不计空气阻力, 则这个高度为 ()

- A. $\frac{v^2}{g}$
- B. $\frac{v^2}{2g}$
- C. $\frac{v^2}{3g}$
- D. $\frac{v^2}{4g}$

5. 从空中某处平抛一个物体, 不计空气阻力, 物体落地时, 末速度与水平方向的夹角为 α 。取地面物体重力势能为零, 则物体抛出时, 其动能与重力势能之比为 ()

- A. $\sin^2 \alpha$
- B. $\cos^2 \alpha$
- C. $\tan^2 \alpha$
- D. $\cot^2 \alpha$

6. 质量为 $2 \times 10^3 \text{ kg}$ 的汽车, 发动机输出功率为 $30 \times 10^3 \text{ W}$, 在水平公路上能达到的最大速度为 15 m/s , 当汽车的速度为 10 m/s 时, 其加速度为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{ m/s}^2$ 。

7. 质量为 $5 \times 10^3 \text{ kg}$ 的汽车, 由静止开始沿平直公路行驶, 当速度达到一定值后, 关闭发动机滑行, 速度图像如图 10 所示, 则在汽车行驶的整个过程中, 发动机做功为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 汽车克服摩擦力做功为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

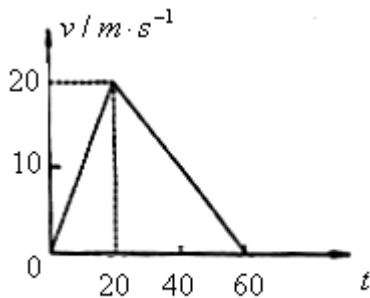


图 10

8. 在“验证机械能守恒定律”的实验中, 已知打点计时器所用电源的频率为 50 Hz , 查得当地的重力加速度 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$, 测得所用的重物的质量为 1.00 kg 。实验中得到一条点迹清晰的纸带, 把第一个点记作 O , 另选连续的 4 个点 A 、 B 、 C 、 D 作为测量的点, 经测量知道 A 、 B 、 C 、 D 各点到 O 点的距离分别为 62.99 cm 、 70.18 cm 、 77.76 cm 、 85.73 cm 。根据以上数据, 可知重物由 O 点运动到 C 点, 重力势能的减少量为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{ J}$, 动能的增加量等于 $\underline{\hspace{2cm}} \text{ J}$ (取 3 位有效数字)。

(1996 年全国高考)

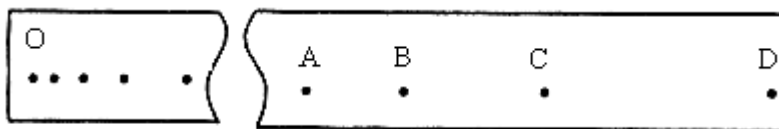


图 11

9. 某同学在做“验证机械能守恒定律”的实验时, 不慎将一条选择好的纸带的前面部分损坏了, 剩下的一段纸带上各点间的距离, 他测出并标在纸带上, 如图 12 所示, 已知打点计时器的周期为 0.02 s , 重力加速度为 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。

(1) 利用纸带说明: 重锤 (质量为 $m \text{ kg}$) 通过对应于 2、5 两点的过程中的机械能守恒。

(2) 说明为什么得到的结果是重锤重力势能的减小量 ΔE_p , 稍大于重锤动能的增加量 ΔE_k ?

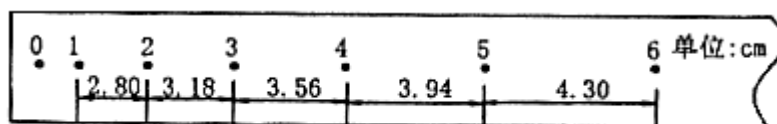


图 12

10. 质量为 M 的机车, 牵引质量为 m 的车厢在水平轨道上匀速前进, 某时刻车厢与机车脱钩, 机车在行驶 L 路程后, 司机才发现车厢脱钩, 便立即关闭发动机让机车自然滑行, 该机车与车厢运动中所受阻力都是其车重的 k 倍, 且恒定不变, 试求当机车和车厢都停止运动时, 机车和车厢的距离。

11. 如图 13 所示, 在质量不计, 不能弯曲的直杆一端和中点分别固定两个质量都是 m 的小球 A 和 B, 杆的一端固定在水平轴 O 处, 杆可以在竖直面内无摩擦地转动, 让杆处于水平状态, 然后从静止开始释放, 当杆转到竖直位置时, 两球的速度 v_A 、 v_B 各是多大? (杆长为 L)

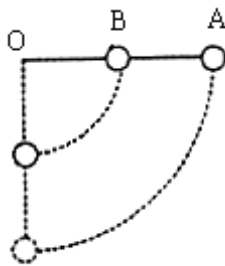


图 13

12. 一质量为 50kg 的人在原地进行蹦跳, 已知其蹦跳时克服重力做功的平均功率为 81W 。假设每次跳

起时, 人在空中停留时间占跳跃一次所需时间的 $\frac{3}{5}$, 设此人心动周期一直恒定为一个跳跃周期的时间。心脏每搏一次输出量为 60mL , 将 9mg 试剂注入此人静脉, 一段较长时间后测得此人血液中试剂浓度稳定在 2mg/L , 求:

- (1) 此人的心率。
- (2) 此人全部血液通过心脏一次所需的时间。

13. 如图 14 所示, A、B 是静止在水平地面上完全相同的两块长木板。A 的左端和 B 的右端相接触。两板的质量皆为 $M = 2.0\text{kg}$, 长度皆为 $l = 1.0\text{m}$, C 是一质量为 $m = 1.0\text{kg}$ 的小物块。现给它一初速度 $v_0 = 2.0\text{m/s}$, 使它从 B 板的左端开始向右滑动。已知地面是光滑的, 而 C 与 A、B 之间的动摩擦因数皆为 $\mu = 0.10$, 求最后 A、B、C 各以多大的速度做匀速运动, 取重力加速度 $g = 10\text{m/s}^2$ 。

(2001 年京、皖、蒙春季高考)

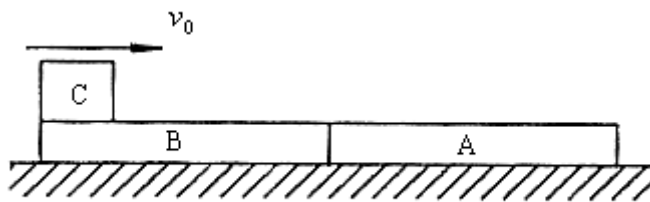


图 14

【试题答案】

1. **解析:** A、B 间的相互作用力是一对滑动摩擦力, 大小相等、方向相反, 但由于两物体位移的不同, 故二者做功大小不等; 分别对 A、B 两物体应用动能定理可知答案 B、D 正确。

答案: BD

2. **解析:** 小球与小车组成的系统在水平方向上不受外力作用, 故水平方向动量守恒, 则小球向下摆动的时候, 小车必反方向运动, 这样细绳中的张力必然对小球做功, 即小球的机械能不守恒; 同理, 小车的

机械能也必不守恒。而对于小车与小球组成的系统，做功的力只有系统内部的弹力，符合机械能守恒定律。故知本题的正确答案应为 B、C。

3. AC

4. C

5. 解析：设末速度为 v 、初速度为 v_0 ，末速度的竖直分量则为

$$v_y = v_0 \tan \alpha$$

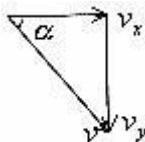
$$h = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{v_0^2 \tan^2 \alpha}{2g}$$

故下落高度

知抛出时动能与重力势能之比为

$$\frac{mgh}{\frac{1}{2}mv_0^2} = \frac{\frac{mv_0^2 \tan^2 \alpha}{2}}{\frac{1}{2}mv_0^2} = \tan^2 \alpha$$

答案：C



6. 解析：设汽车受到的阻力为 f ，则 $P = fv$

$$f = \frac{P}{v_m} = \frac{30 \times 10^3}{15} = 2 \times 10^3 \text{ N}$$

故

当速度为 10m/s 时，汽车的牵引力

$$F = \frac{P}{v} = \frac{30 \times 10^3}{10} = 3 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{加速度 } a = \frac{F - f}{m} = \frac{3 \times 10^3 - 2 \times 10^3}{2 \times 10^3} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

答案：0.5

7. 解析：由 20s~60s 的图像知加速度大小

$$a_2 = \frac{20}{40} \text{ m/s}^2 = 0.5 \text{ m/s}^2$$

即摩擦力 $f = ma = 5 \times 10^3 \times 0.5 = 2.5 \times 10^3 \text{ N}$

$$\text{全过程汽车的位移 } s = \frac{60 \times 20}{2} = 600 \text{ m}$$

故发动机做功的大小等于摩擦力做功的大小

$$W = fs = 2.5 \times 10^3 \times 600 = 1.5 \times 10^6 \text{ J}$$

答案： $1.5 \times 10^6 \text{ J}$ ， $1.5 \times 10^6 \text{ J}$

8. 解析: 根据实验原理直接进行计算

$$T = \frac{1}{50} = 0.02s$$

所以由O点到C点, 重力势能的减少量

$$\Delta E_p = mgh = 1.00 \times 9.80 \times 77.76 \times 10^{-2} J = 7.62J$$

打下C点时纸带(即物体)的瞬时速度

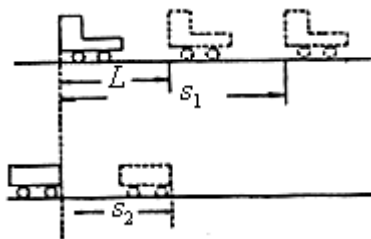
$$v_c = \frac{\overline{OD} - \overline{OB}}{2T} = \frac{(85.73 - 70.18) \times 10^{-2}}{2 \times 0.02} m/s = 3.8875m/s$$

$$\text{即动能的增加量为 } \Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1.00 \times 3.8875^2 J = 7.56J$$

9. 解析: (1) 重锤在对应于2、5两点时的速度 $v_1 = \frac{2.80 + 3.18}{2 \times 0.02} \times 10^{-2} = 1.495m/s$ 和 $v_2 = \frac{3.94 + 4.30}{2 \times 0.02} \times 10^{-2} = 2.06m/s$, 在此过程中动能增量 $\Delta E_k = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = 1.004mJ$, 重力势能的减少量 $\Delta E_p = mgh = 1.047mJ$, 在误差允许范围内可认为 $\Delta E_k = \Delta E_p$, 即机械能守恒。

(2) 因重锤拖着纸带下落时, 受到空气阻力和打点计时器的阻力做功而使重锤的机械能有损失即重力势能的减少量稍大于动能的增加量。

10. 解析: 所设各量如图所示, 对机车脱钩后的全过程应用动能定理得



$$FL - kMgs_1 = 0 - \frac{1}{2}Mv^2 \quad (1)$$

$$\text{对车厢: } -kmg \cdot s_2 = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

列车原来匀速运动, 故有 $F = k[M + m]g$ (3)

$$\text{由(1)(2)(3)得: } s_1 - s_2 = \frac{M + m}{M}L$$

11. 解析: A、B两球组成的系统机械能守恒, 由机械能守恒定律得:

$$mg'l + mg \frac{l}{2} = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

由于两球在同一杆上, 角速度相等, 故 $v_A = 2v_B$

$$\text{解以上二式得 } v_A = \frac{2}{5}\sqrt{15gl}; \quad v_B = \frac{1}{5}\sqrt{15gl}$$

$$\text{答案: } v_A = \frac{2}{5}\sqrt{15gl} \quad v_B = \frac{1}{5}\sqrt{15gl}$$

12. 解析: (1) 设此人的跳跃周期为T, 则此人每周期在空中停留时间为 $t_1 = \frac{3}{5}T$

他跳起时可视为竖直上抛运动, 初速度为 v_0

$$t = \frac{2v_0}{g}, \text{ 得 } v_0 = \frac{gt_1}{2}$$

每次跳跃, 人克服重力做功 $W = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{8}mg^2t_1^2 = \frac{9}{200}mg^2T^2$

克服重力做功的平均功率 $P = \frac{W}{T} = \frac{9}{200}mg^2T$, 得 $T = 0.6s$

心动周期是心脏每收缩和舒张一次所经历的时间, 即 $0.6s$

心率是每分钟心脏跳动的次数, 故心率 $= \frac{60s}{\text{心动周期}} = \frac{60}{0.6} = 100 \text{次/分}$

(2) $9mg$ 试剂由静脉注入后, 经过一定长时间, 可认为已在血液中均匀的稀释分布了, 此时试剂

浓度稳定在 $2mg/L$. 可计算出该人全部血量为 $\frac{9mg}{2mg/L} = 4.5L$

已知每搏一次血液输出量为 $60mL$, 心率为 100次/分 , 则每分钟输出量为 $60 \times 100 = 6000mL/min$ 因此, $4500mL$ 血液通过此人心脏一次的时间为

$$t = \frac{4500}{6000} = 0.75 \text{min}, \text{ 即 } 45s$$

13. **解析:** 先假设小物块 C 在木板 B 上移动 x 距离后, 停在 B 上, 这时 A、B、C 三者的速度相等, 设为 v

由动量守恒, 得 $mv_0 = (m + 2M)v$ (1)

在此过程中, 木板 B 的位移为 s , 小木块 C 的位移为 $s + x$

由功能关系得 $-\mu mg(s + x) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

$$\mu mgs = \frac{1}{2} \times 2Mv^2$$

以上两式相加得:

$$-\mu mgx = \frac{1}{2}(m + 2M)v^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$
 (2)

解(1)(2)两式得 $x = \frac{Mv_0^2}{(2M + m)\mu g}$

代入数值得 $x = 1.6m$

x 比 B 板的长度 l 大, 这说明小物块 C 不会停在 B 板上, 而要滑到 A 板上。

设 C 刚滑到 A 板上的速度为 v_1 , 此时 A、B 板的速度为 v_2 , 由动量守恒得

$$mv_0 = mv_1 + 2Mv_2$$

由功能关系得

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2} \times 2Mv_2^2 = \mu mg l$$

以题给数据代入解得

$$v_2 = \frac{8 \pm \sqrt{24}}{20}$$

$$v_1 = 2 - \frac{8 \pm \sqrt{24}}{5} = \frac{2 \mp \sqrt{24}}{5}$$

由于 v_1 必是正数, 故合理的解是

$$v_2 = \frac{8 - \sqrt{24}}{20} = 0.155 \text{ m/s}$$

$$v_1 = \frac{2 + \sqrt{24}}{5} = 1.38 \text{ m/s}$$

当滑到 A 之后, B 即以 $v_2 = 0.155 \text{ m/s}$ 做匀速运动, 而 C 是以 $v_1 = 1.38 \text{ m/s}$ 的初速在 A 上向右运动

设在 A 上移动了 y 距离后停止在 A 上, 此时 C 和 A 的速度为 v_3

$$\text{由动量守恒得 } Mv_2 + mv_1 = (m + M)v_3$$

$$\text{解得 } v_3 = 0.563 \text{ m/s}$$

由功能关系得

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 = \frac{1}{2}(m + M)v_3^2 = \mu mgy$$

$$\text{解得 } y = 0.50 \text{ m}$$

y 比 A 板的长度小, 故小物块 C 确实是停在 A 板上, 最后 A、B、C 的速度分别为 $v_A = v_3 = 0.563 \text{ m/s}$,

$$v_B = v_2 = 0.155 \text{ m/s}, \quad v_C = v_A = 0.563 \text{ m/s}。$$